INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza tiempo: 18 horas pedagógicas
Nombre:____Curso:________

GUÍA DE VECTORES

Magnitudes o Conceptos Escalares:

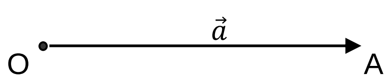
Los conceptos o magnitudes escalares, se reconocen por tener un tamaño y una unidad. Ej. Masa, m = 4 kg; Longitud, l = 15 m; temperatura, t° = 25 °C , etc.
Al trabajar, en aplicaciones con los conceptos anteriores usamos el álgebra de los números reales.

Magnitudes vectoriales o Conceptos Vectoriales:

Los conceptos que para determinarlos completamente, se requiere conocer además de su magnitud o tamaño, su componente direccional. Dichos conceptos se llaman ***magnitudes vectoriales***. Ejemplo de conceptos vectoriales son:

i) Desplazamiento
ii) Velocidad
iii) Aceleración
iv) Fuerza
v) Torque
vi) Intensidad del campo eléctrico, etc.

Las cantidades vectoriales se representan gráficamente mediante un trazo dirigido (vector geométrico)
Los vectores geométricos están caracterizados por una magnitud o módulo, una dirección y un sentido.
El vector geométrico de origen O y extremo A se representa geométricamente así:



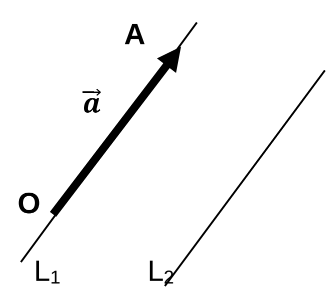
Simbólicamente el vector geométrico de origen O y termino A se anota de la siguiente forma $\vec{a}$

Observación:
Todo vector geométrico queda determinado por tres elementos:

i) Módulo
ii) Dirección
iii) Sentido

I) Módulo:
Corresponde a la longitud del trazo dirigido que representa al vector $\vec{a}$, el modulo del vector anterior se registra como $|\vec{a}|$

II) Dirección:
Está dada por la recta que lo contiene o por una paralela cualquiera a la misma. Así por ejemplo la dirección del vector $\vec{a}$,está dada por la recta L_1 que lo contiene o por la recta L_2 que es paralela a L_1.



III) Sentido:

Esta dado por la orientación del trazo. AsÍ, por ejemplo el sentido del vector $\vec{a}$ es de O hacia A.

Observación:

El módulo es siempre un **número positivo**. A excepción del vector nulo, todos los demás tienen dirección, sentido y módulo bien determinados.

Igualdad de vectores

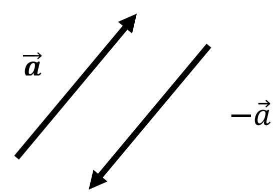
Definición:

Se dice que dos o más vectores son iguales si tienen igual módulo, dirección y sentido

Vectores inversos u opuesto

Definición:

Se dice que dos vectores son inversos, cuando tienen el mismo módulo la misma dirección, pero distinto sentido. Por ejemplo.



Operaciones vectoriales

En esta guía se analizaran las siguientes operaciones vectoriales:

- Adición
- Producto de un vector por un escalar

➢ Adición

Para sumar dos o más vectores estos deben ser de la misma clase o tipo, el vector resultante es otro vector que pertenece a la misma clase de los vectores sumados.

Propiedades de la adición de vectores

Sean los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ de la misma clase o tipo

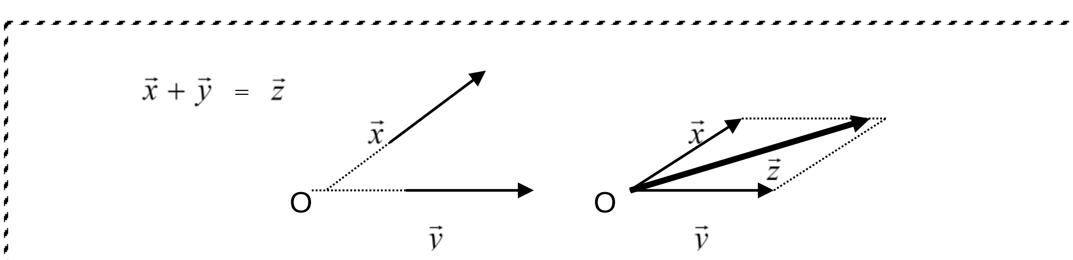
- $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ propiedad de clausura
- $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ propiedad conmutativa
- $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ propiedad asociativa
- $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$ propiedad del neutro aditivo
- $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$ propiedad del inverso aditivo

Para sumar dos vectores gráficamente se puede usar dos métodos, el del paralelogramo y el del polígono.

Método del paralelogramo:

Para sumar dos vectores libres que se encuentran en el mismo plano, se trasladan siguiendo la línea hasta un origen en común O, después se procede a construir un paralelogramo y se traza una diagonal desde el origen hasta el vértice opuesto. Esta diagonal es el vector resultante de la suma por lo que tiene su origen también en O.

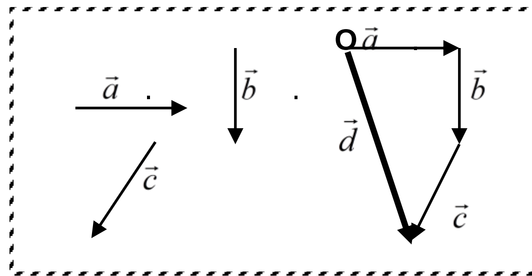
Ejemplo: Si se desea sumar los vectores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ de la figura, ambos se trasladan hasta un origen común; $\vec{z}$ es la suma de $\vec{x}+\vec{y}$



Método del polígono (triángulo):

Este método consiste en fijar un origen y trasladar el primer vector a sumar a ese punto coincidiendo su inicio con el origen fijado, después se procede a trasladar los vectores uno a continuación del otro, el vector resultante o suma tiene también su inicio en el origen fijado y su término en el extremo del último vector sumado.

Ejemplo: Para sumar los vectores $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ de la figura, se fija $\vec{a}$ a un origen y a continuación se dibuja $\vec{b}$ y finalmente $\vec{c}$. La suma $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.

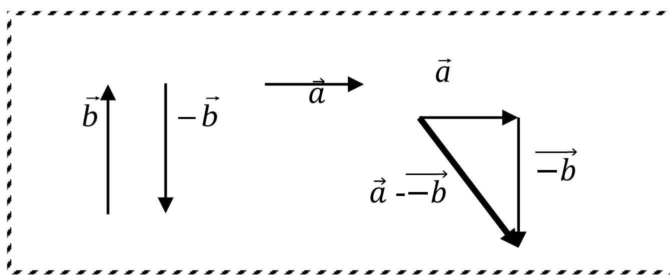


Sustracción

Definición:

La diferencia de dos vectores, $\vec{a}-\vec{b}$ **,** se define como la suma $\vec{a}+(-\vec{b})$ **,** donde $-\vec{b}$ ya sabemos que es el vector inverso de $\vec{b}$.

Por ejemplo, en la figura está representada la diferencia $\vec{a}-\vec{b}$



- **Producto de un vector por un escalar (Ponderación de un vector)**

Definición:

La ponderación de un vector consiste en multiplicar un vector con un escalar. Cuando se pondera un vector el resultado es un vector, el cual no necesariamente es de la misma clase que el vector original. Se llama producto de un vector $\vec{a}$ por un escalar k, al vector que tiene la misma dirección que $\vec{a}$, el módulo es igual al producto entre k por el módulo de $\vec{a}$, y el sentido es igual al de $\vec{a}$ si k es positivo.

Si $\vec{a}$ es un vector y se pondera por el escalar 2, se obtiene el vector $2\vec{a}$ con la misma dirección y sentido de $\vec{a}$ y el módulo igual a dos veces al módulo de $\vec{a}$, (ver figura)

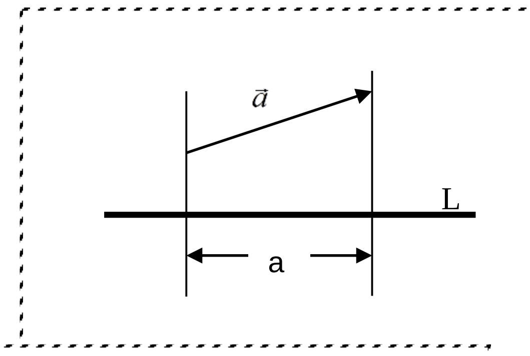
Propiedades del producto de un vector por un escalar

- $(m \bullet n) \bullet \vec{a} = m \bullet (n \bullet \vec{a})$
- $m \bullet (\vec{a} + \vec{b}) = m \bullet \vec{a} + m \bullet \vec{b}$
- $(m + n) \bullet \vec{a} = m \bullet \vec{a} + n \bullet \vec{a}$
- $1 \bullet \vec{a} = \vec{a}$

INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini — VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza — tiempo: 18 horas pedagógicas

Vectores fijos a un sistema de referencia

Componentes de un vector.

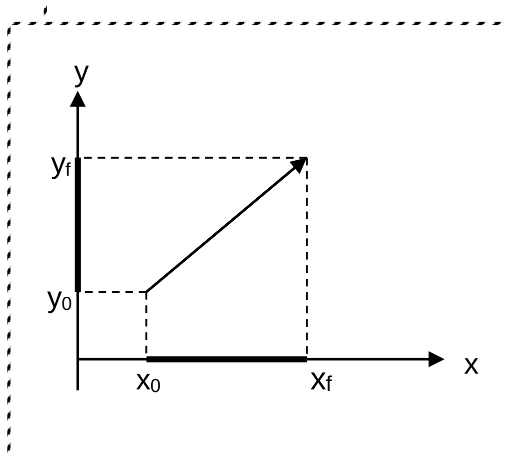


La proyección ortogonal de un vector sobre una recta es una cantidad que se denomina componente del vector (es un escalar).

Este se determina como la magnitud del segmento de la recta, comprendido entre dos rectas perpendiculares a ella (L), y que pasan por el origen y el término del vector.

En la figura adjunta a_L es la componente del vector sobre la recta L

Vector en el plano cartesiano

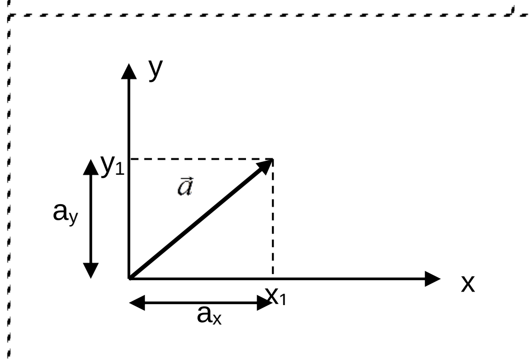


Un vector puede definirse en un plano de coordenadas cartesiano. El eje horizontal se denomina abscisa y usualmente se representa por la letra x, el eje vertical se denomina ordenada y se representa por la letra y.

El dibujo muestra un vector dibujado en el primer cuadrante de este plano.

(x_1 –xo) es la componente del vector sobre el eje x. e (y_1 - yo) es la componente del vector sobre el eje y.

Vector en función de sus componentes cartesianas



Considere un vector libre en el plano X-Y, de modo tal que puede representarse con su origen, en el origen del sistema de coordenadas cartesiano O' = (0;0) y cuyo término es el par ordenado (a_x ; a_y), en este caso, el vector se puede representar mediante un par ordenado, es decir: $\vec{a} = (a_x ; a_y)$

Las componentes a_x y a_y son números, no son vectores donde termina el vector cuyo origen es el punto (0;0)

Suma de vectores en función de sus componentes

Supongamos dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ en el plano X-Y, con $\vec{a} = (a_x ; a_y)$ y el vector $\vec{b} = (b_x ; b_y)$, la suma de los dos vectores se obtiene como la suma algebraica de las componentes de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, es decir, $\vec{R} = (R_x ; R_y)$, tal que:

$$\begin{array}{r}
\vec{a} = (a_x ; a_y) \\
+\vec{b} = (b_x ; b_y) \\
\hline
\vec{a} + \vec{b} = ((a_x + b_x) ; (a_y + b_y))
\end{array}$$

O también:

$$\vec{R}_x = (\vec{a}_x + \vec{b}_x) \ \ y \ \ \vec{R}_y = (\vec{a}_y + \vec{b}_y)$$

La resta es análoga a la suma, sólo que corresponde a una suma con inverso, es decir:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza tiempo: 18 horas pedagógicas

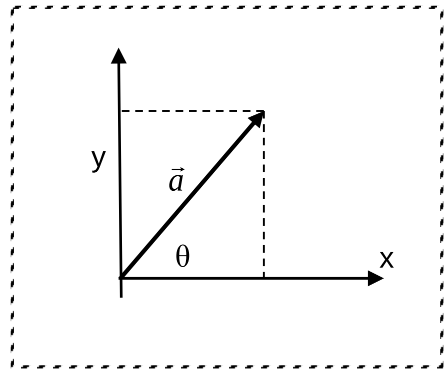
Multiplicación de un escalar por un vector

Sea α un escalar y $\vec{a}$ un vector en el plano X-Y, con $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$, siendo $\vec{R}$ el vector resultante el que se obtiene de la siguiente forma:

$$\alpha\vec{a} = \alpha\,(\vec{a}_x + \vec{a}_y) = (\alpha\,\vec{a}_x + \alpha\,\vec{a}_y)$$

por lo tanto; $\vec{R} = (\alpha\,\vec{a}_x + \alpha\,\vec{a}_y)$

Notación polar



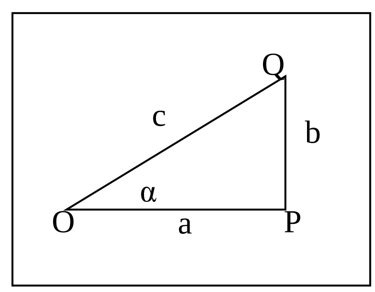
Consideremos un vector $\vec{a}$ en el plano de coordenadas cartesianas, como se muestra en la figura. La dirección del vector se indica mediante el ángulo (θ) que se forma entre el semieje x positivo y el vector. La magnitud del vector corresponde al módulo del vector $\vec{a}$, es decir $|\vec{a}|$.

Por lo tanto para expresar un vector se requiere el módulo de él la componente direccional expresada mediante el ángulo. Lo anterior corresponde a la descripción en un plano.

$$\vec{a} = |\vec{a}|;\theta$$

La notación anterior recibe el nombre de vector polar y $|\vec{a}|;\theta$ corresponden a las coordenadas polares de $\vec{a}$

Determinación de las componentes rectangulares



En la figura adjunta se observa un triángulo rectángulo OPQ, siendo a y b los catetos y c la hipotenusa. De acuerdo a la definición de coseno (cos) y seno (sen), respectivamente, se tiene que:

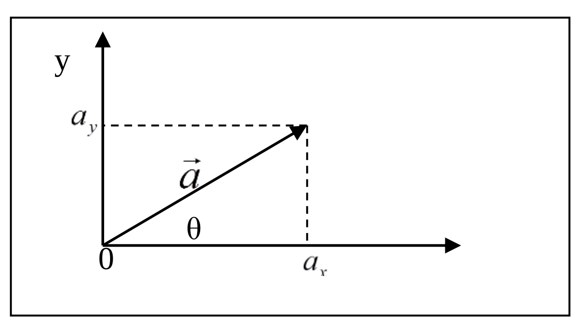
$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \cos\alpha = \frac{a}{c}$$

$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{b}{c}$$

Usando las definiciones de coseno y seno se puede determinar las componentes rectangulares a_x y a_y del vector $\vec{a}$ que se encuentra en el plano X-Y, obteniéndose las siguientes expresiones:

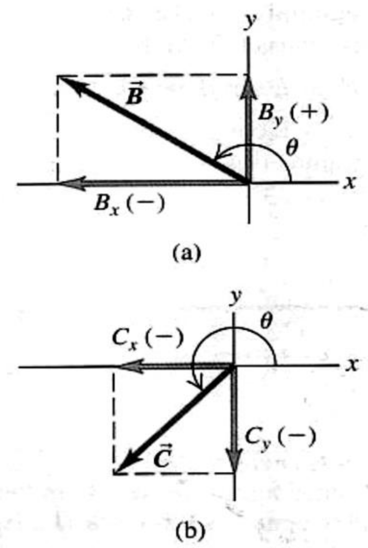
$a_x = |\vec{a}| \cos\theta$ (Componente de $\vec{a}$ en el eje x)

$a_y = |\vec{a}|\ sen\ \theta$ (Componente de $\vec{a}$ en el eje y)



Por lo tanto el vector $\vec{a}$ queda expresado mediante sus componentes rectangulares de la siguiente forma:

$$\vec{a} = (|\vec{a}| \cos\theta ; \ |\vec{a}| \ sen\ \theta)$$



fi **Las componentes de un vector pueden ser números positivos o negativos.**

Ejemplo:

Sea $\vec{a}$ = 5 ; 37° , encuentre sus componentes rectangulares

$a_x = |\vec{a}| \cos\theta$, reemplazando los valores se tiene:

$a_x = 5 \cos 37$ = 5 · 0,8

$a_x = 4$

$a_y = |\vec{a}| \ sen\ \theta$, reemplazando los valores se tiene

$a_y = 5\ sen\ 37$ = 5 · 0,6

$a_y = 3$

Resp: . $\vec{a}$ = (4 ; 3)

Determinación de las coordenadas polares de un vector.

Si se requiere obtener las coordenadas polares del vector $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$, se debe determinar el módulo del vector y el ángulo θ.

El módulo del vector se obtiene mediante el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a}|^2 = a_x{}^2 + a_y{}^2$$

Para obtener el ángulo θ se debe conocer la definición de tangente (tg) y aplicar el arcotangente (tg^{-1}) de él.
A partir del triangulo rectángulo OPQ , se obtiene que la tangente de α es:

$$tg\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{cateto\ adyacente\ a\ \alpha} \ \rightarrow \ tg\ \alpha = \frac{b}{a}$$

Usando la definición de tangente de un ángulo y aplicando el arcotangente, se puede obtener el valor del ángulo θ o dirección del vector $\vec{a}$

θ = arctg $\frac{a_y}{a_x}$ o también θ = tg^{-1} $\frac{a_y}{a_x}$

Ejemplo:

Dado el vector $\vec{b} = (8 ; 6)$ u.m. Encontrar sus coordenadas polares.

$|\vec{b}|^2 = b_x{}^2 + b_y{}^2$, reemplazando los valores se tiene:

$|\vec{b}|^2 = 8^2 + 6^2$

$|\vec{b}| = 10$

θ = tg^{-1} $\frac{b_y}{b_x}$ reemplazando se tiene que: θ = tg^{-1} $\frac{6}{8}$

θ = 38,9º

Resp.: $\vec{b} = 10 u.m.; 38{,}9º$

INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini — VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza — tiempo: 18 horas pedagógicas

Nota: Es recomendable dibujar previamente el vector en el plano cartesiano para saber en que cuadrante se encuentra para expresar el ángulo correctamente, ya que este siempre se mide a partir de la referencia.

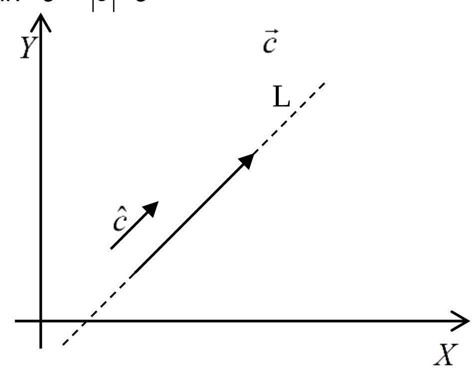
Vectores unitarios

El vector unitario es un vector que siempre tiene tamaño igual a la unidad. En la figura se representa un vector $\vec{c}$ y un vector unitario $\hat{c}$ (c tongo), ambos vectores tiene igual dirección y sentido, pero $\hat{c}$ tiene tamaño igual a una unidad , es decir $|\hat{c}|$ = 1 μ

El vector unitario sirve para definir la dirección y sentido de un vector, ya que al ponderar el vector unitario por un escalar, se obtiene el vector final o requerido, es decir: $\vec{c} = |\vec{c}| \cdot \hat{c}$

Si se quiere conocer el valor del vector unitario, este se obtiene dividiendo el vector por su respectivo módulo.

$$\boxed{\hat{c} = \frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}}$$



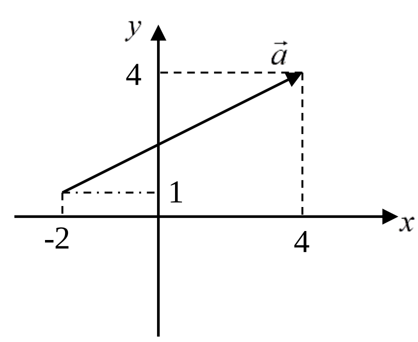
Un **vector unitario** es un vector con magnitud 1, sin unidades. Su único fin es *direccionar*, o sea, describir una dirección en el espacio. Los vectores unitarios son una notación cómoda para muchas expresiones que incluyen componentes de vectores. Siempre incluiremos un acento circunflejo (^) sobre el símbolo de un vector unitario para distinguirlo de los vectores ordinarios cuya magnitud podría o no ser 1.

En un sistema de coordenadas *x*-*y* podemos definir un vector unitario $\hat{\imath}$ que apunte en la dirección del eje +*x* y un vector unitario $\hat{\jmath}$ que apunte en la dirección +*y*. Así, podemos expresar la relación entre vectores componentes y componentes,

Ejemplo:

Dado el siguiente vector dibujado en un plano cartesiano, determine:

i Las componentes rectangulares de $\vec{a}$:
ii El módulo de $\vec{a}$
iii El vector unitario de $\vec{a}$



i) El vector $\vec{a}$ tiene origen en el punto "O"= (-2;1) y su término en el punto T = (4;4) , por tanto si lo fijamos al Sistema de coordenadas X/Y su valor será, termino del vector menos su origen, por lo tanto el vector tendrá; origen O" = (0;0) y termino el punto T = (6;3)

ii) El módulo del vector se obtiene con el teorema de Pitágoras:

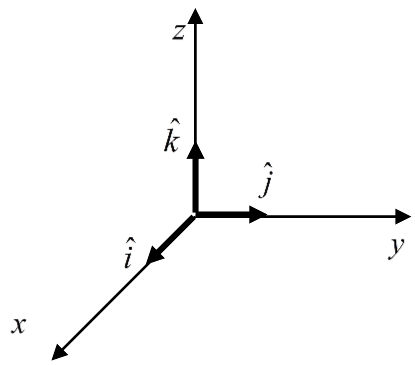
$$|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$$

iii) El vector unitario de $\vec{a}$ se obtiene con la siguiente expresión

$$\vec{a} = \frac{(6;3)}{\sqrt{45}} = [\frac{6}{\sqrt{45}};\frac{3}{\sqrt{45}}]$$

INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza tiempo: 18 horas pedagógicas

Cuando se trabaja en un sistema de coordenadas ortogonal ($x, y, z)$ se definen los siguiente vectores unitarios $\hat{i}$ ≡ (1;0;0) ; $\hat{j}$ ≡ (0;1;0) y $\hat{k}$ ≡ (0;0;1) , lo anterior significa que estos vectores se encuentra ubicados en cada uno de los eje, $\hat{i}$ en x , $\hat{j}$ en el eje y , $\hat{k}$ en el eje z , (ver figura)

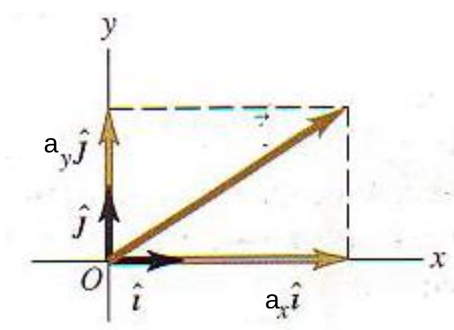


$$\left|\hat{i}\right| = \left|\hat{j}\right| = \left|\hat{k}\right| = 1$$

$$\hat{i} \perp \hat{j} \perp \hat{k}$$

Si usamos vectores unitarios, podemos expresar un vector $\vec{a}$, en términos de sus componentes a_x y a_y, como:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$



- **Producto punto o producto escalar**

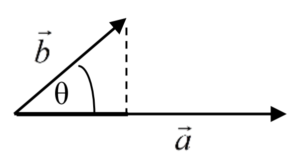
Con esta operación se toman dos elementos del conjunto de los vectores y mediante la operación punto se sale de este conjunto y se pasa al conjunto de los reales, obteniéndose como resultado un escalar.

El producto punto o producto escalar entre dos vectores, en su notación se representa mediante un punto (•).

El producto punto entre dos vectores se obtiene multiplicando los módulos de los vectores por el coseno del ángulo que se forma entre ellos, es decir:

$$\boxed{\vec{a} \bullet \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right| \cos\theta;}$$

Al efectuar un análisis gráfico del producto escalar, se concluye que el producto punto corresponde a la multiplicación de dos trazos, la magnitud del primer vector por la proyección del segundo vector sobre el primero



El tamaño de vector $\vec{a}$ es $\left|\vec{a}\right|$ y la proyección del vector $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$ tiene un valor b cos θ, por lo que al efectuar el producto punto o producto escalar se esta multiplicando el tamaño de dos trazos y el resultado es un escalar.

Propiedades del producto punto:

- $\vec{a} \bullet \vec{b} = \vec{b} \bullet \vec{a}$ (conmutativo)
- $\vec{a} \bullet (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \bullet \vec{b} + \vec{a} \bullet \vec{c}$ (Distributividad)
- m ($\vec{a} \bullet \vec{b}$) = (m $\vec{a}$)• $\vec{b}$, donde m es una cantidad escalar.

Determinación del producto escalar en forma analítica

Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores expresado en coordenadas rectangulares con $\vec{a}$ = (a_x, a_y, a_z) y

$\vec{b}$ = (b_x; b_y; b_z) en este caso la operación producto punto o escalar se define de la siguiente forma

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ **=** $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$; donde el resultado es un escalar.

Ejemplo:

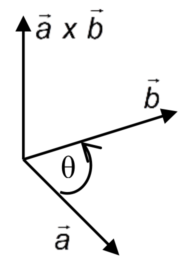
Se $\vec{a}$ **=** (3; 1) y $\vec{b}$ **=** (4; 4) dos vectores ubicados en el plano X/Y, el producto punto entre los vectores es:

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ **=** 3·4 + 1·4 **=**12+ 4

- **Producto vectorial o producto cruz**

El producto vectorial de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es una operación definida en el algebra vectorial y como resultado es otro vector ($\vec{a}\ x\ \vec{b}$) perpendicular al plano formado por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

Dados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se representa geométricamente el producto vectorial $\vec{a}\ x\ \vec{b}$ como:



Su módulo se determina como:

$$\left|\vec{a}\ x\ \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right| sen\theta$$

Determinación del producto cruz en forma analítica

Si $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} = (a_x, a_y, a_z)$

$\vec{b} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k} = (b_x, b_y, b_z)$

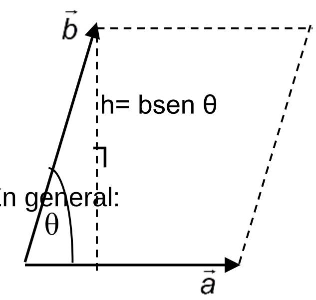
Para obtener el producto vectorial expresado en forma analítico, es decir, a través de sus componentes, debemos desarrollar el siguiente determinante:

$$\vec{a}\ x\ \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}\ x\ \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini — VECTORES N° 1
Coordinador: Fabian Espinoza — tiempo: 18 horas pedagógicas

Observación:
Matemáticamente, el producto vectorial de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, tiene un módulo igual al área del paralelogramo formado por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

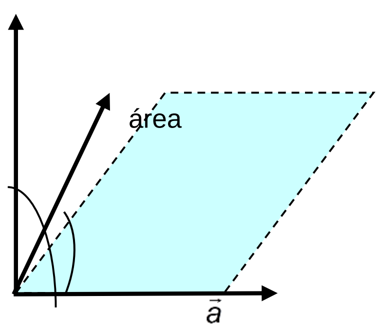


Area = base · altura = $|\vec{a}||\vec{b}|sen\theta$

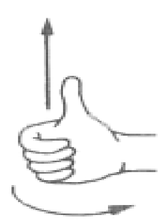
Por lo tanto:

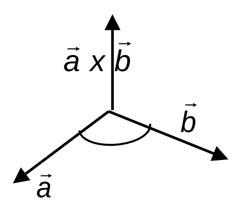
Area = $|\vec{a}\ x\ \vec{b}|$

En general:



Para determinar la dirección y sentido del vector ($\vec{a}\ x\ \vec{b}$) se utiliza una regla llamada "regla de la mano derecha", que consiste en colocar la mano derecha extendida a lo largo del primer vector (según figura), en este caso del vector $\vec{a}$, luego se cierra la mano girando los dedos hacia el otro vector, en este caso en sentido de $\vec{b}$, al estirar el pulgar este nos indica la dirección y el sentido de
($\vec{a}\ x\ \vec{b}$)





Propiedades del producto vectorial

- $\vec{a}\ x\ \vec{b} = -\ \vec{b}\ x\ \vec{a}$
- $\vec{a}\ x\ \vec{a}\ = \vec{0}$
- $\vec{a}\ x\ \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a}\ x\ \vec{b} + \vec{a}\ x\ \vec{c}$

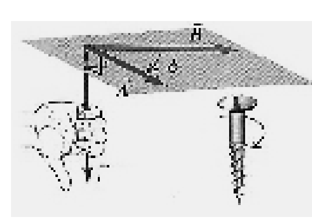
Ejemplo:

Dados los vectores $\vec{a} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$ u y $\vec{b} = (3\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k})$ u.

Determine:

a) $\vec{a}\ x\ \vec{b}$

b) el módulo de $\vec{a}\ x\ \vec{b}$



a)

$$\vec{a}\ x\ \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 8 & 5 \end{vmatrix} = (3 \cdot 5 - 8 \cdot 5)\ \hat{i} - (2 \cdot 5 - 5 \cdot 3)\ \hat{j} + (2 \cdot 8 - 3 \cdot 3)\hat{k}$$

$$\vec{a}\ x\ \vec{b} = (-25\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k})\ u$$

b) $$\left|\vec{a}\ x\ \vec{b}\right| = \sqrt{(-25)^2 + (5)^2 + (7)^2}\ u$$

$$\left|\vec{a}\ x\ \vec{b}\right| = \mathbf{26{,}44\ u}$$

Guía de Aplicaciones Vectores

1) Las componentes rectangulares de un vector $\vec{v}$ son: $v_x = 12u$ y $v_y=5u$. Determine el módulo y dirección del vector $\vec{v}$ respecto del eje x

2) Si la componente de un vector $\vec{m}$ en el eje x es m_x = 3.88 y la dirección del vector es 40°. Determine.

   a.) Módulo del vector
   b.) Las coordenadas rectangulares del extremo del vector si su origen es (0,0)

3) Dado un vector $\vec{d}$ de módulo igual a de 13 u de longitud que forma un ángulo de 22.6º con el eje x medido en sentido positivo, ¿Cuáles son sus componentes?

4) Un avión despega en un ángulo de 30° con la horizontal. La componente horizontal de su velocidad es 150 km/hr. ¿Cuánto vale la componente vertical de su velocidad?

5) Un bote a motor se dirige al norte a 20 km/h, en un lugar donde la corriente es de 8 km/h en la dirección Sur 70° Este. Encontrar la velocidad resultante del bote.

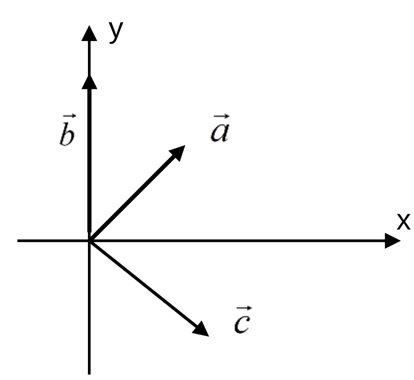
6) Un cartero viaja: 1/2 km al Este, 1/4 km al Norte, 3/4 km al Noroeste, 1/2 km a Sur, 1 km al Suroeste. Determine el desplazamiento resultante del cartero y el valor del ángulo, con respecto al eje de referencia (x).

7) Un esquiador viaja a campo traviesa 2,8 km en una dirección al sur – oeste, luego 7,4 km al norte 30° oeste y por último 3,3 km al sur 22° oeste.
   a.) Dibuje los desplazamientos en un esquema
   b.) ¿A qué distancia está el esquiador del punto de partida

8) Un nadador va a cruzar perpendicularmente un río cuya corriente tiene una rapidez de 3 km/h Si el nadador va a razón de 10 m/min, ¿Cuál es el módulo de su velocidad resultante?

9) Tres vectores de igual clase están orientados como se muestra en la figura, donde $\vec{a}$ =20u, 45°, $\vec{b}$ = 40u; 90° y $\vec{c}$ = 30 u; 315°. si se efctúa la suma entre los tres vectores, encuentre:

   a.) las componentes rectangulares del vector resultante $\vec{R}$.
   b.) la magnitud y dirección del vector resultante.



INSTITUTO NACIONAL
FÍSICA
Autor: A.Scapini
Coordinador: Fabian Espinoza
VECTORES N° 1
tiempo: 18 horas pedagógicas

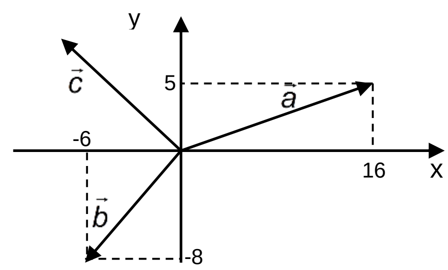
10) Dados los siguientes vectores::

$\vec{a}$ = 30;20° , $\vec{b}$ = 40;120° , $\vec{c}$ = (2; 3), $\vec{d}$ =(2;- 5)

Efectué el producto punto y el producto cruz entre los vectores

a.) $\vec{a}$ y $\vec{b}$
b.) $\vec{c}$ y $\vec{d}$
c.) $\vec{a}$ y $\vec{c}$

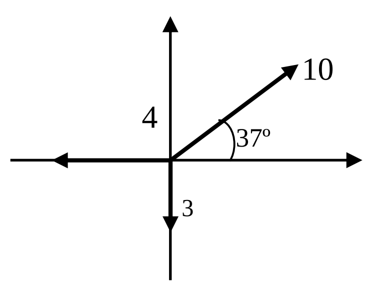
11) Dados los vectores $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$ de la misma clase, se suman entre sí. Determine las componentes del vector $\vec{c}$, para que el vector resultante sea cero.
R: $\vec{c}$ = (-10; 3)



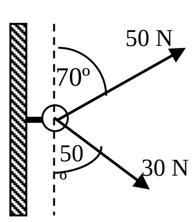
12) Un hombre y un joven tiran de un fardo que se encuentra sobre el suelo, aplicando fuerzas de 100 N y 80 N de módulo respectivamente. Si la fuerza que aplica el joven es paralela al suelo y las fuerzas forman entre ellas un ángulo de 37º. Calcular la fuerza resultante sobre el fardo.
R: 170,9 N; 20,55º

13) Dos fuerzas se aplican sobre un cuerpo en el mismo punto. Siendo $\vec{F}_1 = 3N; 60^{\circ}$ y $\vec{F}_2 = 5N; 0^{\circ}$. ¿Qué valor tiene las componentes rectangulares de la fuerza resultante sobre el cuerpo?
R: (6,5 $\hat{i}$ + 2,6 $\hat{j}$) N

14) En el esquema se muestran tres vectores ubicados en un sistema de coordenadas cartesianas con sus respectivos módulos. Calcule el módulo del vector resultante.
R: 5



15) Sobre una argolla fija en la pared, se aplican dos fuerzas, según figura. ¿Cuál es el módulo de la fuerza resultante?
R: 70 N



16) El ángulo entre dos fuerzas es 74º, y cada fuerza tienen módulos iguales de 25 N. Calcule el módulo de la fuerza resultante.

R: 40 N

17) **El torque** es una magnitud física vectorial que se define como $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, siendo $\vec{r}$ el vector posición en cuyo extremo se aplica una fuerza $\vec{F}$. Si a un cuerpo se le aplica una fuerza $\vec{F} = (5\hat{i} + 2\hat{j})$ N en una posición $\vec{r} = (6\hat{i} + 8\hat{j})$ m. Calcular:

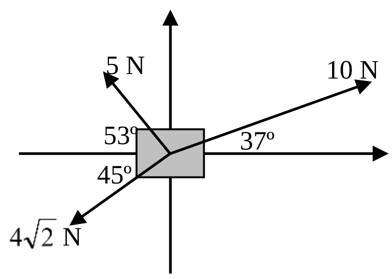
a) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

b) $\left|\vec{r} \times \vec{F}\right|$

c) el ángulo que forman $\vec{r}$ y $\vec{F}$

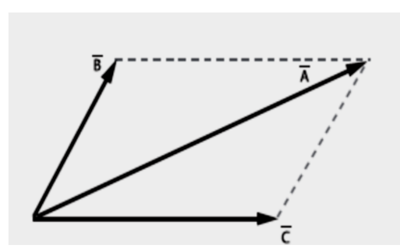
R: a) – 28 $\hat{k}$ N·m b) 28 N·m c) θ = 31,29º

18) A un cuerpo de masa m se le aplican tres fuerzas, las cuales se encuentran en el mismo plano, según lo muestra la figura. ¿Cuál es el módulo de la fuerza resultante?



19) En el sistema mostrado, determinar el vector resultante, $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ en términos del módulo del vector $\vec{A}$.

R: 2 A



20) Los vectores $\vec{p}$ y $\vec{q}$ tienen módulo de 10 u y 15 u, respectivamente. Determine el producto punto entre ellos cuando forman ángulos de 0°, 30°, 45°, 90° y 180°, respectivamente.

21) Demuestre que el producto cruz no es conmutativa

22) Aplicando el producto punto, indique si algún par de los siguientes vectores son perpendiculares entre sí.

$\vec{a}$ = (4; 8); $\vec{b}$ = (10; 120°); $\vec{c}$ = (-2;-4); $\vec{d}$ = (12;300°)

23) ¿Qué se obtiene al realizar $\vec{a} \bullet \vec{a}$?. ¿Qué se obtiene al realizar $\vec{a} \times \vec{a}$?

24) Dado el vector $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$, aplicando $\vec{a} \cdot \vec{a}$, demuestre que: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$