

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: 3° \_\_\_\_\_

## Equilibrio de rotación (N° 1)

### Torque y equilibrio

Cuando un cuerpo están sometidos a una fuerza neta nula, es posible que el cuerpo este en reposo de traslación pero en rotación, por ejemplo es posible que existan dos o más fuerza las cuales sumadas dan una fuerza neta nula pero el cuerpo este girando en el mismo lugar sin trasladarse, surge una nueva magnitud física llamada **Torque** ( $\vec{\tau}$ ) o **Momento de Torsión** la cual explicará lo descrito anteriormente

1

### Torque o momento de torsión ( $\vec{\tau}$ )

Recibe este nombre, aquella magnitud física de tipo vectorial que nos cuenta de la capacidad que posee una fuerza para producir una rotación en los cuerpos en la cual se aplica. La determinación matemática del torque se realiza mediante el producto vectorial entre el vector posición ( $\vec{r}$ ) y la fuerza aplicada al cuerpo ( $\vec{F}$ ), es decir:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (\text{ecuación N° 1})$$

### Unidad de Torque en S.I.

Si el vector posición se expresa en metro (m) y la fuerza se mide en newton (N) y el torque se expresa en N • m.

### Análisis dimensional

$$[\tau] = M L^2 T^{-2}$$

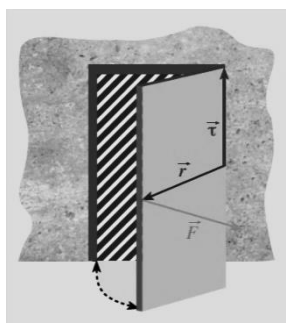
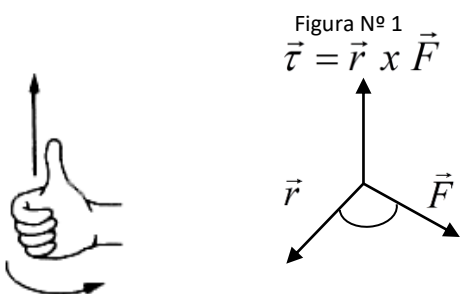
De la ecuación (ecc. N°1) se puede decir que el Torque se representará mediante un vector que debe ser perpendicular al plano formado por los vectores  $\vec{r}$  y  $\vec{F}$  o al plano de giro y que podrá dibujarse sobre el eje de giro, su sentido se obtiene mediante la regla de Maxwell o la regla de la mano derecha.

Su módulo se obtiene aplicando la definición del producto cruz.

$$\tau = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \sin \alpha \quad \text{donde el ángulo } (\alpha) \text{ corresponde al ángulo menor formado por } \vec{r} \text{ y } \vec{F}$$

### Regla de la mano derecha.

Para determinar la dirección y sentido del torque ( $\vec{r} \times \vec{F}$ ) se utiliza la “regla de la mano derecha”, recordando que esta consiste en colocar la mano derecha extendida a lo largo del vector  $\vec{r}$  (según figura N° 1), luego se cierra la mano girando los dedos hacia el vector  $\vec{F}$ , al estirar el pulgar este nos indica la dirección y el sentido del torque ( $\vec{\tau}$ ).



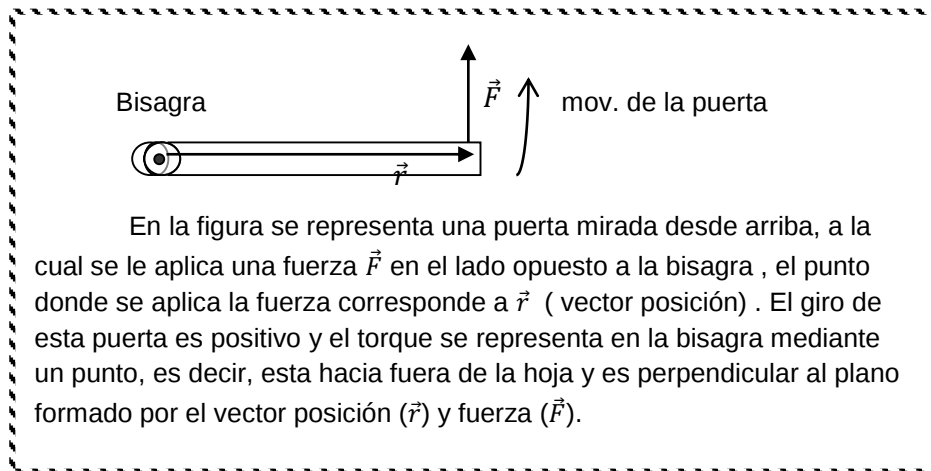
Al abrir o cerrar una puerta,  $\vec{\tau}$  está orientado en la dirección del eje de rotación. En general  $\vec{\tau}$  es perpendicular al plano formado por  $\vec{r}$  y  $\vec{F}$ . La dirección del torque se obtiene usando la regla de la mano derecha: primero se apunta la mano en la dirección del radio vector y luego se dobla, cerrando la palma, para apuntar en la dirección de la fuerza. El torque apunta en la dirección del dedo pulgar.

Nota:

Recibe el nombre de brazo de palanca. Que corresponde a la distancia medida perpendicularmente desde el centro de rotación o eje de giro hasta la recta o línea de acción de la fuerza

### Sentido del torque:

Si la dirección del torque es perpendicular a la hoja y su sentido de rotación es anti-horario, se simbolizará:  $\odot$  y si su sentido de giro es horario, se simbolizará:  $\otimes$



2

### Equilibrio de un cuerpo

Un cuerpo puede tener movimiento de traslación y de rotación; por tanto, las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido son las siguientes:

1. **Equilibrio de traslación.** La suma de todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo rígido, es

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

cero

2. **Equilibrio de rotación.** La suma de todos los Torques de las fuerzas con relación a cualquier punto debe ser cero

$$\sum \vec{\tau} = \vec{0}$$



La primera condición afirma que si la fuerza neta es nula, el cuerpo está en reposo o con velocidad constante (M.R.U.), en este caso el cuerpo está en reposo.

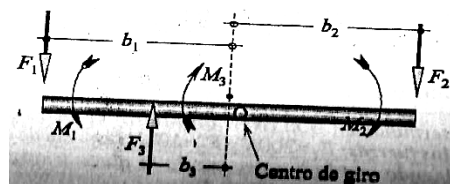
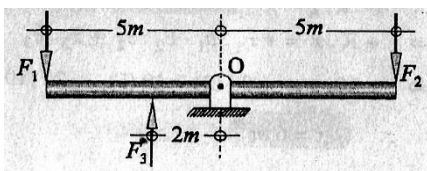
La segunda condición afirma que si el torque neto es nulo, el cuerpo está sin giro o con velocidad angular constante (M.C.U.), en este caso el cuerpo está sin giro.

Ejemplo de la aplicación de las condiciones de equilibrio son las siguientes:

#### Ejemplos(n° 1):

- 1) El sistema mostrado en la figura se encuentra en equilibrio traslacional y rotacional.

Determinar el módulo de la fuerza  $\vec{F}_3$ , si  $F_1 = 40 \text{ N}$  y  $F_2 = 30 \text{ N}$ .



Solución:

$$\sum \tau = 0$$

$$\Rightarrow +\tau_1 - \tau_2 - \tau_3 = 0$$

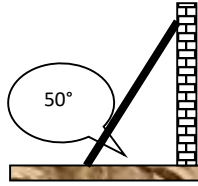
$$\Rightarrow +\tau_1 = \tau_2 + \tau_3 = 0$$

$$\Rightarrow F_1 \cdot b_1 = F_2 \cdot b_2 + F_3 \cdot b_3; \text{ reemplazando los valores, se tiene que:}$$

$$\Rightarrow 40,5 \text{ Nm} = 30,5 \text{ Nm} + F_3 \cdot 2\text{m}; \text{ se despeja } F_3 \text{ y se tiene:}$$

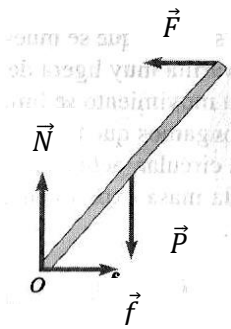
$$F_3 = 25 \text{ N}$$

- 2) Una escalera uniforme de 10 m de largo y de 50 N de peso, descansa contra un muro vertical liso, según figura. Si la escalera está a punto de resbalar cuando el ángulo que forma con el piso es de  $50^\circ$  (ver figura). Determine el valor del coeficiente de roce entre la escalera y el suelo.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



$\vec{F}$  : fuerza que ejerce la pared a la escalera

$\vec{P}$  : peso de la escalera

$\vec{N}$  : fuerza que ejerce el piso a la escalera

$\vec{f}$  : fuerza de roce estática entre la escalera y la superficie del suelo

Por la 1ª condición de equilibrio aplicada a la escalera, se tiene:

$$1) \sum F_x = f - F = 0$$

$$2) \sum F_y = N - P = 0$$

De (2) se obtiene que:

$$N = 50 \text{ N} \quad (*)$$

De (1) se obtiene que:

$$f = F \quad (**)$$

Por otra parte cuando la escalera está a punto de resbalar, la fuerza de roce estática debe ser máxima, por lo que:

$$f_{\text{max}} = f = \mu N. \quad (***)$$

Si se aplica la 2ª condición de equilibrio, se tiene y ubicando el punto de apoyo (O) en el extremo inferior de la escalera, como lo muestra el diagrama del cuerpo libre, se tiene que el peso  $\vec{P}$  y la fuerza  $\vec{F}$  que ejerce la pared a la escalera son las únicas fuerzas que contribuyen al momento de torsión en torno a ese eje (O), cambio  $\vec{f}$  y  $\vec{N}$  realizan un torque nulo, con respecto a O.

$$\sum \tau = 10\text{m} \cdot F \sin 50^\circ - 5\text{m} \cdot 50 \text{ N} \sin 40^\circ = 0$$

Se despeja F y se obtiene:

$$F \approx 21 \text{ N}$$

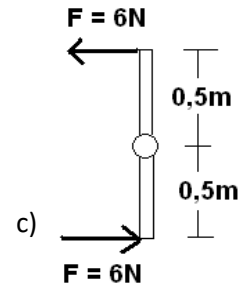
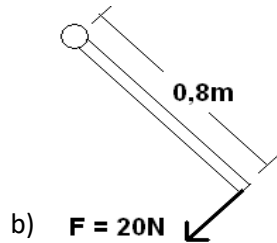
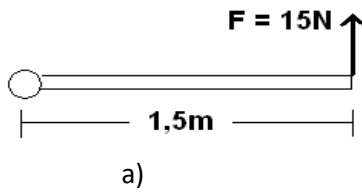
Al hacer los reemplazos respectivos en las ecuaciones (\*), (\*\*) y (\*\*\*), se tiene que:

$$21 \text{ N} = \mu \cdot 50 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \mu = 0,42$$

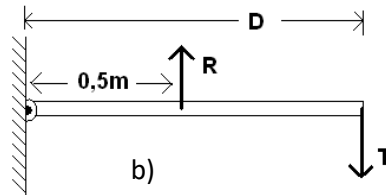
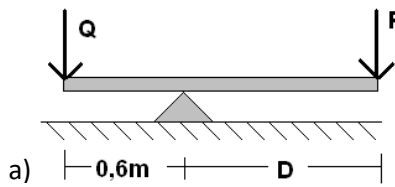
**GUÍA DE EJERCICIOS**

1. Indique el valor del torque aplicado en cada caso (suponga las varillas de masa despreciable). Los círculos indican el eje de rotación.

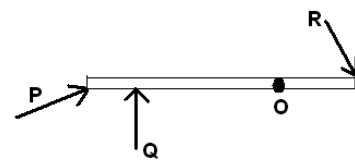
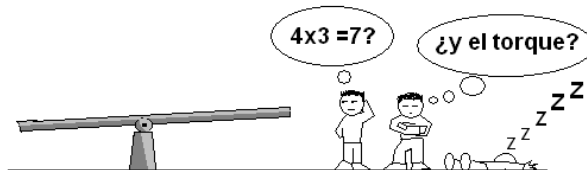


4

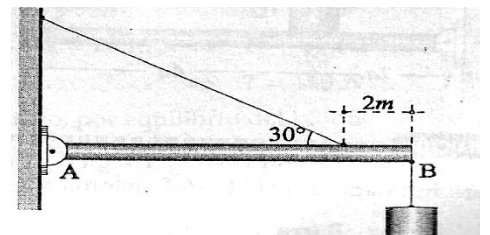
2. Sean las fuerzas  $T = 3\text{N}$ ,  $R = 5\text{N}$  y  $Q = 10\text{N}$ . Indique en cada caso cuál debe ser la distancia  $D$  necesaria para que el sistema no rote.



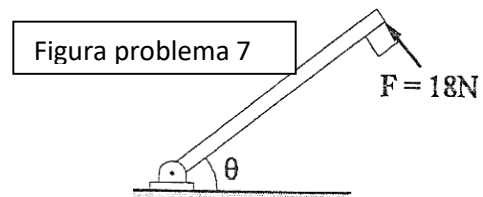
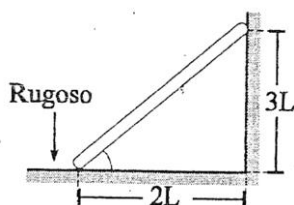
3. Tres niños cuyas masas son de 40 Kg intentan jugar en un balancín. Dos de ellos quieren subir en uno de los lados, mientras que el otro debe subir en el lado contrario. Si la longitud del balancín es de 4 m, ¿En qué posición se deben ubicar para que el balancín esté en equilibrio?. Nota: En el punto medio del tablón, se encuentra el eje de giro del balancín



4. A partir del esquema mostrado, si las 3 fuerzas tienen el mismo módulo, ¿cuál de ellas ejerce un mayor torque respecto del punto  $O$ ?
5. El sistema de la figura se encuentra en equilibrio. El bloque suspendido en el extremo de la viga tiene una masa de 6 kg, la barra  $AB$  es homogénea y el tamaño de su peso es de 90 N. el largo de la viga  $AB$  es de 8 m. Calcular el módulo de la Tensión de la cuerda. (masa de la cuerda despreciable).



6. Considere que la barra de la figura es homogénea y de 3 kg de masa, se mantiene apoyada en una pared vertical y lisa. Determine el módulo de la fuerza que la pared ejerce a la barra.



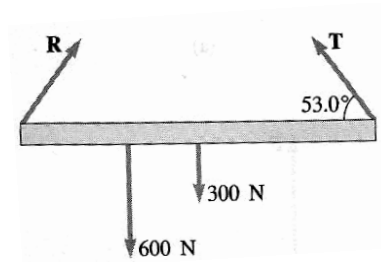
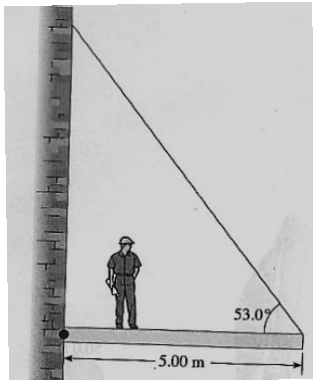
7. La figura muestra barra homogénea de 60 N de peso la cual se mantiene en equilibrio debido a la fuerza  $F$  aplicada. Determine el valor del ángulo  $\theta$  para que la barra se pueda mantener en equilibrio.

8. Suponga que sólo dos fuerzas externas se aplican sobre un cuerpo rígido, y que las dos fuerzas son de igual magnitud, pero de dirección opuesta.

a) ¿Bajo qué condiciones gira el cuerpo?

9. Una viga horizontal uniforme de peso 300 N de magnitud y 5 m de longitud está fija a un muro por una unión de perno que permite que la viga gire. El extremo opuesto está sostenido por un cable que forma un ángulo de  $53^\circ$  con la horizontal. Si el tamaño del peso de una persona es de 600 N y está de pie a 1,5 m del muro. Calcule:

- a) el módulo de la Tensión (T)  
 b) la componente horizontal ( $R_x$ ) y la componente vertical ( $R_y$ ) de la fuerza que ejerce la pared a la viga.



10. Una escalera tiene un peso de tamaño 400 N y un largo 10,0 m se coloca contra una pared vertical sin fricción. Una persona cuyo módulo de su peso es 800 N en la Tierra, está parada sobre la escalera a 2,0 m del pie de ésta, medidos a lo largo de ella. El pie de la escalera se encuentra a 8,0 m de la parte inferior de la pared. Calcule la fuerza ejercida por la pared y la fuerza normal ejercida por el piso sobre la escalera

11. Una escalera uniforme, de 15 m y que pesa 500 N, descansa contra una pared sin fricción. La escalera forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal.

- a) Encuentre las fuerzas horizontal y vertical que el suelo ejerce sobre la base de la escalera, cuando un bombero, de 800 N, está a 4,0 m de la parte inferior  
 b) Si la escalera está a punto de deslizarse cuando el bombero está 9,0 m arriba, ¿cuál es el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo?

12. Un oso hambriento, que pesa 700 N, camina sobre una viga con la intención de llegar a una canasta de comida (ver figura), que cuelga en el extremo de la viga uniforme que pesa 200 N de módulo y cuyo largo es igual a 6,0 m. La canasta pesa 80 N.

- a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la viga  
 b) Cuando el oso está en  $x = 1,0$  m, encuentre la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza ejercida por la pared sobre el extremo izquierdo de la viga  
 c) Si el alambre puede soportar una tensión máxima de 900 N, ¿cuál es la distancia máxima que el oso puede caminar, antes de que se rompa el alambre?

