



GUIA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Ecuaciones Cuadráticas o de Segundo grado:

Es aquella ecuación en la que el mayor exponente de la incógnita es **dos** y por lo tanto su conjunto solución posee **dos** soluciones.

Su forma general es:

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}; \quad a \neq 0$$

ACTIVIDAD 1: Resuelve

1. ¿Cuáles de las ecuaciones dadas son de 2º grado?

I) $2x^2 - \frac{1}{2}x + 5 = 0$

II) $(4 - x)^2 = x^2$

III) $25x^2 - \sqrt{6}x = 7$

- A) Sólo I, II
- B) Sólo I, III
- C) Sólo II, III
- D) Sólo I
- E) I, II y III

2. El valor del coeficiente **b** en la ecuación $3x^2 + 10x - 5 = 0$ es:

- A) 3
- B) 0
- C) 10
- D) 5
- E) -5

3. ¿Cuáles de las ecuaciones dadas son **incompletas**?

I) $x^2 + 7x = 0$

II) $-5x^2 - \frac{3}{4} = 0$

III) $\frac{2}{3}x(x-4) - \frac{1}{2}x(x-3) + \frac{3}{2} = \frac{9}{6}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) I y II
- D) I y III
- E) I, II y III

4. Si la ecuación $(y-1)^2 - (y-2)^2 = y^2$ la escribimos de la forma $ax^2 + bx + c = 0$; ¿Cuál es el valor del coeficiente **c**?

- A) 3
- B) 2
- C) -5
- D) -2
- E) 1

5. En la ecuación $x(x+1) - (4-x)(x+1) = 6(4-x)$ el coeficiente **a** vale:

- A) 0
- B) -1
- C) 1
- D) 2
- E) -2

6. La ecuación $\frac{4x+8}{3} - \frac{4}{x} = 0$; al expresarla como $ax^2 + bx + c = 0$;

- ¿Cuál es el valor de los coeficientes **b** y **c**, en ese orden?
- A) -8 y 12
 B) 4 y 12
 C) -4 y 8
 D) 8 y -12
 E) 12 y -8
7. En la ecuación $3x^{-2} - 5x^{-1} + 6 = 0$; expresándola como $ax^2 + bx + c = 0$; el valor de $-(2b + 3c)$ es igual a:
- A) 1
 B) 2
 C) 8
 D) -1
 E) -8
8. La ecuación $\frac{x(x-8)}{4} + 2 = 0$ expresándola como $4(ax^2 + bx + c) = 0$; entonces el producto de los coeficientes a, b y c es:
- A) -1
 B) -4
 C) 4
 D) 0
 E) 1
9. En la ecuación $x(x+3)+2=3x$ al expresarla como $ax^2 + bx + c = 0$; el valor del producto ab es:
- A) 1
 B) 0
 C) -1
 D) 2
 E) -2
10. En la ecuación $2x^2 - 3x - 1 = 0$, el valor de $2c(ab)$ es:
- A) 0
 B) 6
 C) 8
 D) 10
 E) 12
11. La ecuación $x(x+3)+2=-11x$ es:
- A) Completa general
 B) Completa particular
 C) Incompleta pura
 D) Incompleta binomial
 E) Incompleta

Resolución de Ecuaciones cuadráticas

Resolución de ecuaciones cuadráticas *incompletas*, cuando uno de los coeficientes **b o **c** es *cero*:**

a) Incompleta pura: $ax^2 + c = 0$

Se despeja la incógnita y se obtiene su raíz cuadrada

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$\text{Ejemplo: } 2x^2 - 18 = 0$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = \frac{18}{2}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Por lo tanto su conjunto solución es $S = \{3, -3\}$

b) Incompleta binomial: $ax^2 + bx = 0$

Se factoriza por la incógnita para obtener los factores que igualados a *cero* darán la solución:

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \vee ax + b = 0$$

$$\text{Luego } x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{Ejemplo: } 3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x - 2) = 0$$

$$x = 0 \vee 3x - 2 = 0$$

$$\text{Entonces } x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{2}{3}$$

Su conjunto solución es $s = \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$

Resolución de ecuaciones cuadráticas *completas* $ax^2 + bx + c = 0$

En el caso de la ecuación completa particular a veces es posible resolverla por factorización de un trinomio ordenado.

Ejemplos:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x + 3 = 0$$

$$\text{Entonces } x_1 = -2 \vee x_2 = -3$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x - 5)(x + 3) = 0$$

$$x - 5 = 0 \vee x + 3 = 0$$

$$\text{Entonces } x_1 = 5 \vee x_2 = -3$$

Resolución de la Ecuación cuadrática utilizando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con esta fórmula se obtienen sus dos soluciones que son:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En general, esta fórmula se puede utilizar para cualquier tipo de ecuación cuadrática.

Ejemplos:

1. $x^2 - 7x + 6 = 0$

$a=1$, $b=-7$ y $c=6$, por lo tanto:

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

Entonces:

$$x_1 = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad x_2 = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1, \text{ luego el conjunto solución es } S = \{1, 6\}$$

2. $3x^2 + 7x + 2 = 0$

$a=3$, $b=7$ y $c=2$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-7 \pm 5}{6}$$

Entonces

$$x_1 = \frac{-7+5}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \quad x_2 = \frac{-7-5}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

ACTIVIDAD 2:

1. La ecuación $x^2 - 2x - 3 = 0$ tiene como soluciones:

- A) -1 y 3
- B) -3 y -1
- C) -3 y 1
- D) 3 y 1
- E) 0 y 1

2. Las soluciones o raíces de la ecuación $x^2 + 10x + 21 = 0$ son:

- A) -3 y -8
- B) 7 y -7
- C) -7 y -3
- D) 3 y 2
- E) -3 y -2

3. En la ecuación $x^2 + 2x - p = 0$ una de sus soluciones es -5, luego el valor de p es:
- A) 1
 - B) 8
 - C) -12
 - D) 15
 - E) -15
4. El conjunto solución de la ecuación $5x(x^2 - 2) = 10x(x - 1)$ es:
- A) $\{0, 2\}$
 - B) $\{0, -2\}$
 - C) $\{2\}$
 - D) $\{2, 5\}$
 - E) $\{0, 5\}$
5. En la ecuación $\frac{1}{3x} = \frac{7}{5x^2} - \frac{11}{60}$ las raíces o soluciones son:
- A) 2 y -3
 - B) -3 y $\frac{2}{3}$
 - C) -2 y $-\frac{3}{4}$
 - D) 5 y $-\frac{1}{16}$
 - E) 2 y $-3\frac{9}{11}$

ACTIVIDAD 3: Desarrollo en el cuaderno

1) Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas incompletas:

- a) $8x^2 - 7x = 0$
- b) $16y^2 - 361 = 0$
- c) $y^2 + y = 0$
- d) $(y-2)(y-3) = 9y + 6$
- e) $4(x-2)^2 = (x-8)^2$
- f) $(x-13)^2 = (x-12)^2 + (x-5)^2$

2) Resuelve las siguientes ecuaciones en IR:

a) $\left[(x-1)^2 + (x+1)^2 \right] (x+3) = (2x+9)(x+1)(x-1)$

b) $(2x-3)(x-1) - (1-x)(1+x) = -4(x+1)(1-x)$

c) $(x+1)^2(x-2) + (x+2)(x-1)(x+1) = (2x+13)(x-1)(x-2)$

d) $\frac{1}{8}x^2 + x + \frac{3}{4} = 0$

e) $\frac{2x-3}{1-x} - 1 = \frac{4x+4}{1-x} + x$

f) $\frac{x-2}{x+1} - \frac{3-x}{x-1} = 1$

g) $\frac{1-x}{x+\frac{1}{3}} = \frac{1}{3x}$

h) $\frac{x}{7} + \frac{21}{x+5} = \frac{47}{7}$

i) $x + \frac{1}{x-3} = 5$

j) $\frac{9}{x} - 2 = \frac{x}{3}$

Sugerencia: Resolver las ecuaciones utilizando las distintas formas vistas en clases.