INSTITUTO NACIONAL JOSÉ MIGUEL CARRERA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
SÉPTIMO BÁSICO
Coordinador: Jorge Varela Sierra.
Primer Semestre 2019

GUÍA N°2 – CONJUNTOS NUMÉRICOS – NÚMEROS NATURALES.

Nombre: ____ Curso: 7°___ Fecha: ___/___/_____

ALGO DE HISTORIA…

Los primeros números que el hombre inventó fueron los números naturales, los cuales se utilizaban y se utilizan para contar elementos, ya que se procede a enumerar dichos números de una manera ordenada.

El nombre "Números Naturales" seguramente proviene debido a que estos números son los que aparecen por primera vez en el proceso natural de enumerar los objetos de un conjunto. Los símbolos 1, 2, 3, … son los números que utilizamos en los naturales y provienen del hindú-arábigo.

El conjunto de los números naturales se simboliza por la letra $\mathbb{N}$. Al expresar por extensión el conjunto ordenado e infinito se obtiene:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$$

El matemático y filósofo italiano Giuseppe Peano *(27 Agosto 1858 – 20 Abril 1932)*, construyó en el siglo XIX un sistema de axiomas aritméticos para definir el conjunto de los números naturales. De los cuales podemos concluir que:

- El primer elemento del conjunto de los números naturales es el 1.
- Todo número natural n tiene un sucesor $n+1$.
- El 1 no es sucesor de ningún natural. Todo natural n distinto a 1 tiene antecesor $n-1$.
- Dos números naturales distintos m y n tienen sucesores distintos $m+1$ y $n+1$, respectivamente.

El quinto axioma de Peano se considera el principio de inducción matemática.

ACTIVIDAD 1.
Completa las siguientes oraciones sobre los números naturales.

a) El conjunto de los números naturales se simboliza con la letra ____________.

b) El primer elemento de los naturales es el número ____________.

c) El conjunto de los naturales es __________________ e ___________________.

d) El ________________ de un número n es $n+1$.

e) El ________________ de un número n es $n-1$.

f) Todo natural excepto el 1 tiene ____________________.

g) _______________________________ fue el matemático que escribió 5 axiomas para definir los $\mathbb{N}$.

h) El sucesor de $1.345.099$ es ___________________.

i) El antecesor de $2.990.000$ es ___________________.

j) El sucesor del sucesor de 999.099 es ___________________.

k) El antecesor del antecesor de 501 es ___________________.

l) El sucesor del sucesor de _________________ es 15.100.

m) El antecesor del antecesor de _________________ es 1.199.

n) El sucesor del sucesor de ________________ es 100, entonces el antecesor del antecesor de dicho número es __________________ .

ACTIVIDAD 2.
Resuelve los siguientes problemas.

a) El antecesor de A es 109 y el sucesor de B es 200. ¿Cuál es el resultado de A + B ?

b) El sucesor del sucesor de A es 1.101 y el antecesor del antecesor de B es 788. ¿Cuánto es A - B?

ACTIVIDAD 3.
Completa el siguiente crucigrama numérico con las siguientes indicaciones.

HORIZONTAL

a) El sucesor de 732.650
b) El número que se ubica inmediatamente a la derecha de 56.739 en la recta numérica.
c) El antecesor de 589.001
d) El sucesor de 341.007
e) El sucesor del sucesor de 71.047

VERTICAL

f) El sucesor del sucesor de 35.845
g) El antecesor del antecesor de 26.913
h) El número que se ubica inmediatamente a la derecha de 66.999 en la recta numérica.
i) El antecesor de 54.005
j) El antecesor de 10.090

		f	g	h	i	j
a						
	b					
c						
d						
	e					

En base al crucigrama numérico responde:

- ¿Cuánto es el valor de la suma de todos los dígitos de las celdas del crucigrama numérico?

- ¿Cuánto es el sucesor del sucesor de dicha suma?

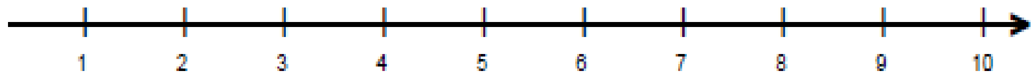
- ¿Cuánto es el antecesor de dicha suma?

ORDEN EN LOS NÚMEROS NATURALES.

Todo número natural que está ubicado en la recta numérica a la **derecha** de otro natural es **mayor** a él.

Todo número natural que está ubicado en la recta numérica a la **izquierda** de otro natural es **menor** a él.

Ejemplo:



Observando la recta numérica, algunas afirmaciones pueden ser: $\mathbf{1} < 5$**,** $\mathbf{7} > 3$**,** $\mathbf{2} < 9$**,** $\mathbf{10} > \mathbf{8}$**,** etc.

ACTIVIDAD 4.
Escribe en el recuadro vacío la respuesta a cada ejercicio utilizando el símbolo < o > en cada caso.

a) Ordena en forma decreciente los siguientes números.

7.457 ; 876 ; 2.554 ; 7.475 ; 867 ; 2.652 ; 12.325 ; 12.532

b) Ordena en forma creciente los siguientes números.

110 ; 1.100 ; 1.010 ; 11.001 ; 101 ; 11.110 ; 1.011 ; 11.011 ; 1.101

c) Ordena en forma decreciente los siguientes números.

1.001.111 ; 1.010.100 ; 1.110.001 ; 1.011.010 ; 1.110.010

d) Ordena en forma creciente los siguientes números.

546 ; 756 ; 3.745 ; 36.574 ; 564 ; 3.754 ; 765 ; 36.457 ; 3.457

OPERATORIA EN LOS NÚMEROS NATURALES.

El conjunto de los números naturales se definen con las operaciones adición y multiplicación.

$(\mathbb{N}, +, *)$ es un Semianillo conmutativo con unidad. Es decir, los naturales cumplen con la siguiente estructura:

a) $(\mathbb{N}, +)$ ***es un semigrupo (abeliano) conmutativo:***

   i. Clausura: para todo elemento $a, b \in \mathbb{N}$, se tiene que la suma $(a + b) \in \mathbb{N}$.
   Ejemplo: $1 \in \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$, entonces $(1 + 3) = 4 \in \mathbb{N}$

   ii. Asociatividad: para todo elemento $a, b, c \in \mathbb{N}$ se tiene que $(a + b) + c = a + (b + c)$
   Ejemplo: $(1 + 3) + 4 = 1 + (3 + 4)$

   iii. Conmutatividad: para todo elemento $a, b \in \mathbb{N}$, se tiene que la suma $a + b = b + a$
   Ejemplo: $3 + 4 = 4 + 3$

b) $(\mathbb{N}, *)$ ***es un semigrupo (abeliano) conmutativo con unidad:*** clausura, asociatividad, conmutatividad y elemento neutro multiplicativo.

   i. Clausura: para todo elemento $a, b \in \mathbb{N}$, se tiene que la el producto $(a * b) \in \mathbb{N}$.
   Ejemplo: $2 \in \mathbb{N}$, $5 \in \mathbb{N}$, entonces $(2 * 5) = 10 \in \mathbb{N}$

   ii. Asociatividad: para todo elemento $a, b, c \in \mathbb{N}$ se tiene que $(a * b) * c = a * (b * c)$
   Ejemplo: $(2 * 3) * 4 = 2 * (3 * 4)$

   iii. Conmutatividad: para todo elemento $a, b \in \mathbb{N}$, se tiene que el producto $a * b = b * a$
   Ejemplo: $3 * 4 = 4 * 3$

c) $(\mathbb{N}, +, *)$ ***cumple la propiedad distributiva.***
   Para todo elemento $a, b, c \in \mathbb{N}$ se tiene que $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$
   Ejemplo: $2 * (3 + 4) = (2 * 3) + (2 * 4)$

Observación:
- La sustracción de números naturales es posible dentro del conjunto de los naturales siempre y cuando el minuendo sea mayor que es sustraendo. Caso contrario no es posible realizar la operación dentro de este conjunto.
- La división exacta de números naturales es posible dentro del conjunto de los naturales siempre y cuando el cociente pertenezca a los naturales y su resto sea cero.

EJERCICIOS COMBINADOS.

Se puede resolver distintos ejercicios que incluyan las operaciones Adición, Sustracción, Multiplicación y División. Puede que estos ejercicios incluyan o no paréntesis.

Sin paréntesis → Debemos resolver las operaciones de izquierda a derecha, considerando: Multiplicaciones o Divisiones, luego Sumas o Restas.

Con paréntesis → Debemos resolver los paréntesis que aparecen del más interno al más externo. Luego, las operaciones de izquierda a derecha, considerando: Multiplicaciones o Divisiones, luego Sumas o Restas.

ACTIVIDAD 5.
Resuelve los siguientes problemas de adición y sustracción de naturales, en forma ordenada y clara. Recuerda responder completamente a cada pregunta.

a) Cuatro personas se reparten cierta suma de dinero, de modo que la primera recibe $16.485, la segunda $17.465, la tercera $1.348 más que la primera y la cuarta $1.849 más que la segunda. ¿Cuál es la cantidad total de dinero repartido?

Respuesta: ____

b) Un mecánico compró un auto chocado en $1.200.000, gastó $630.000 en arreglarlo y lo vendió en $2.700.500. ¿Cuánto dinero ganó el mecánico?

Respuesta: ____

c) En 1996 la mamá de Sergio tenía 47 años, ¿En qué año nació la mamá de Sergio?

Respuesta: ____

d) A fines de Febrero, José tiene en su cuenta de ahorros $12.250. En Marzo deposita $12.500 y en Abril $15.000. Si José saca de la cuenta un monto de $16.000, ¿Cuánto dinero le quedará a José en la cuenta de ahorros?

Respuesta: ____

e) Un hombre nació en 1.917, se casó a los 25 años y dos años después nació su único hijo. Este hombre se fue al extranjero cuando su hijo tenía 39 años. ¿Qué edad tiene el hombre cuando viajó al extranjero? ¿En qué año viajó?

Respuesta: ____

f) Si tuviera 45 caballos más de los que tengo, tendría 316. ¿Cuántos caballos tiene mi hermano, si el número de los míos excede al número de los suyos en 78?

Respuesta: ____

g) Si Luis tuviera 12 años menos, tendría 58 años. Si Carlos tuviera 15 años más tendría 31 años. ¿Cuánto más joven es Carlos que Luis?

Respuesta: ____

h) Un padre tiene 15 años más que la suma de las edades de sus 4 hijos. El cuarto tiene 3 años, el tercero 1 año más que el cuarto, el segundo tiene 3 años más que el tercero y el primero tantos años como la suma de los tres anteriores. ¿Cuántos años tiene el padre?

Respuesta: ____

ACTIVIDAD 6.
Resuelve los siguientes ejercicios combinados de adición y sustracción.

a) $435 + 128 - 55 + 351 =$

b) $48 + 37 - 15 + 25 - 30 + 12 =$

c) $89 - (56 - 41) + 16 =$

d) $(9 - 6 + 3) - 2 - (8 - 7 + 1) =$

e) $150 - [(5 - 1) - (4 - 3)] =$

f) $(150 - 5) - [14 + (9 - 6 + 3)] =$

g) $250 - [(6 + 4) - (3 - 1) + 2] + \{16 - [(8 + 3) - (12 - 10)]\} =$

ACTIVIDAD 7.
Resuelve los siguientes problemas de multiplicación y división de naturales, en forma ordenada y clara. Recuerda responder completamente a cada pregunta.

a) Cada alumno de un curso compró 80 hojas de papel blanco tamaño oficio. En el curso hay 35 alumnos. ¿Cuántas hojas en total reúne el curso?

Respuesta: ____

b) Hay un edificio de 8 pisos hay 4 departamentos en cada piso. Cada departamento tiene 2 balcones. ¿Cuántos balcones tiene el edificio?

Respuesta: ____

c) Un comerciante ha comprado 252 cajones de tomate. Dispone de una camioneta que sólo puede llevar 42 cajones por viaje. ¿Cuántos viajes debe hacer para trasladar todos los cajones?

Respuesta: ____

d) Cinco docenas de paquetes de harina pesan 3.900 kilogramos. ¿Cuánto pesa cada paquete de harina?

Respuesta: ____

e) Una caja con 100 bolsitas de té registra un peso de 200 gramos. ¿Cuánto es el peso de cada bolsita de té?

Respuesta: ____

f) En una fuente de soda hay 3 recipientes con jugo de naranja natural, el primero tiene 498 litros, el segundo 564 litros y el tercero 588 litros. Se trasvasija todo el jugo llenando 25 botellas de igual capacidad. ¿Cuántos litros de jugo tiene cada botella?

Respuesta: ____

g) Como premio por compras en un negocio se entregan al azar fichas de colores (blancas, verdes y azul), donde: 2 blancas = 1 verde y 3 verdes = 4 azules. Si tengo 6 fichas blancas, 4 verdes y 8 azules, considerando que cada ficha equivale a un descuento de $10, ¿Cuánto dinero tengo de descuento?

Respuesta: ____

ACTIVIDAD 8.

Resuelve los siguientes ejercicios combinados de adición, sustracción, multiplicación y división.

a) $2 * 4 + 5 * 8 + 45 : 15 - 10 * 2 =$

b) $25 : 5 + 36 : 6 - 24 : 6 - 28 : 7 =$

c) $90 : 9 + (14 * 8 + 45 * 9 - 81 : 9) =$

d) $25 + \{24 : 12 + (75 : 5 - 12 : 4) + 2 * 6\} + 78 * 2 =$

e) $32 : 8 + 2\{25 * 5 - (56 : 7 + 45 : 9 - 90 : 9)\} =$

ALGUNOS SUBCONJUNTOS DEL CONJUNTO DE LOS NATURALES.

a) Números pares:
Se define en el conjunto de los números naturales, el subconjunto P de los números pares, que corresponde a todo número que se puede expresar de la forma $2n$, con $n \in \mathbb{N}$.

$$P = \{\forall\, n \in \mathbb{N}, \exists\, x \in \mathbb{N} \mid x = 2n\}$$

b) Números impares:
Se define en el conjunto de los números naturales, el subconjunto I de los números impares, que corresponde a todo número que se puede expresar de la forma $2n - 1$, con $n \in \mathbb{N}$.

$$I = \{\forall\, n \in \mathbb{N}, \exists\, y \in \mathbb{N} \mid y = 2n - 1\}$$

ACTIVIDAD 9.
Considerando la estructura $P = 2n$ y $I = 2n - 1$ resuelve los siguientes ejercicios.

a) $P + P =$

b) $I + I =$

c) $P + I =$

d) $I + I + I + P =$

c) Múltiplos de un natural:
Los múltiplos de un número natural son un conjunto infinito formado por los productos entre dicho número y cada natural.

$$M(k) = \{\forall\, n \in \mathbb{N}, \exists\, x \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}, k\ fijo \mid x = kn\}$$

Ejemplo:

Los múltiplos de 5 son:

$$M(5) = \{5 * 1\ , \quad 5 * 2\ , \quad 5 * 3\ , \quad 5 * 4\ , \quad 5 * 5\ , \quad 5 * 6\ , \ldots\}$$
$$M(5) = \{5\ , \quad 10\ , \quad 15\ , \quad 20\ , \quad 25\ , \quad 30\ , \ldots\}$$

d) Divisores de un natural:
Los divisores de un número natural son un conjunto finito formado por todos aquellos números que dividen a dicho número y se obtiene resto cero.

$$D(k) = \left\{ x \in \mathbb{N}, \exists\, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}, k\ fijo \;\middle|\; x = \frac{k}{n} \right\}$$

Ejemplo:

Los divisores de 6 son:

$$D(6) = \left\{ \frac{6}{1}\ , \quad \frac{6}{2}\ , \quad \frac{6}{3}\ , \quad \frac{6}{6} \right\}$$
$$D(6) = \{\, 6\ , \quad 3\ , \quad 2\ , \quad 1\, \}$$

ACTIVIDAD 10.
Escribe los primeros 7 múltiplos de los siguientes números.

a) $M(4) = \{$ ______________________________ $\}$

b) $M(7) = \{$ ______________________________ $\}$

c) $M(8) = \{$ ______________________________ $\}$

d) $M(12) = \{$ ______________________________ $\}$

e) $M(13) = \{$ ______________________________ $\}$

f) $M(15) = \{$ ______________________________ $\}$

g) $M(17) = \{$ ______________________________ $\}$

h) $M(21) = \{$ ______________________________ $\}$

i) $M(25) = \{$ ______________________________ $\}$

ACTIVIDAD 11.
Escribe todos los divisores de los siguientes números.

a) $D(12) = \{$ ______________________________ $\}$

b) $D(20) = \{$ ______________________________ $\}$

c) $D(36) = \{$ ______________________________ $\}$

d) $D(45) = \{$ ______________________________ $\}$

e) $D(60) = \{$ ______________________________ $\}$

f) $D(81) = \{$ ______________________________ $\}$

g) $D(100) = \{$ ______________________________ $\}$

h) $D(113) = \{$ ______________________________ $\}$

i) $D(150) = \{$ ______________________________ $\}$

e) Números primos:
Son todos los números naturales que tienen solo dos divisores, el número 1 y sí mismo. Es decir, todo natural n es primo si y solo si sus divisores son 1 y n.

Sea B el conjunto de los números primos, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$

f) Números compuestos:
Son todos los números naturales que tienen 3 o más divisores. Todo número compuesto se puede escribir como un producto de factores primos, lo que se conoce como *factorización prima*.

Sea C el conjunto de los números compuestos, $C = \{4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$

ACTIVIDAD 12.
El siguiente método permite determinarlos los números primos que se encuentran entre 1 y 100. Sigue las siguientes indicaciones.

- Tachar el 1.
- Tachar los múltiplos de 2, excepto el 2.
- Tachar los múltiplos de 3, excepto el 3.
- Tachar los múltiplos de 4, excepto el 4.
- Tachar los múltiplos de 5, excepto el 5.
- Tachar los múltiplos de 7, excepto el 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Todos los números que quedaron sin tachar son los primos entre 1 y 100. Escribe por extensión el conjunto.

{ ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______; ______, ______, ______, ______,

______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______ }

POTENCIA DE BASE NATURAL Y EXPONENTE NATURAL.

Una potencia es la forma abreviada de escribir la multiplicación de un número por sí mismo una cierta cantidad de veces. Una potencia se compone de dos elementos llamados base de la potencia y exponente de la potencia.

$$\underbrace{a * a * a * a * \ldots * a}_{n \ \ veces \ \ a} = a^n \quad , \quad a \in \mathbb{N} \, , n \in \mathbb{N}$$

a es la base de la potencia y n el exponente de la potencia.

- La ***base*** es el factor que se repite la cantidad de veces que lo indica el exponente.
- El ***exponente*** indica el número de veces que debe multiplicarse la base por sí misma.

Ejemplos:

1) $4^2 = 4 * 4 = 16$
2) $2^3 = 2 * 2 * 2 = 8$
3) $3^4 = 3 * 3 * 3 * 3 = 81$

Propiedades de las potencias de base y exponente natural.

a. *Multiplicación de potencias de igual base:* se suman los exponentes y se conserva la base.
Ejemplo: $2^3 * 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 32$

b. *División de potencias de igual base:* se restan los exponentes y se conserva la base. El exponente del dividendo debe ser mayor que el exponente del divisor.
Ejemplo: $2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3 = 2 * 2 * 2 = 8$

c. *Potencia de una potencia:* se mantiene la base y se multiplican los exponentes.
Ejemplo: $(2^3)^2 = 2^{3*2} = 2^6 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 64$

d. *Multiplicación de potencias de igual exponente:* se multiplican las bases y conserva el exponente.
Ejemplo: $2^2 * 3^2 = (2 * 3)^2 = 6^2 = 6 * 6 = 36$

e. *División de potencias de igual exponente:* se dividen las bases y conserva el exponente.
Ejemplo: $15^3 : 3^3 = (15 : 3)^3 = 5^3 = 5 * 5 * 5 = 125$

ACTIVIDAD 13.
Expresa como producto las siguientes potencias y calcula su valor.

k) $4^1 =$

l) $3^2 =$

m) $10^4 =$

n) $5^5 =$

ACTIVIDAD 14.
Calcula el resultado de los siguientes ejercicios.

o) $2^2 * 2^3 =$

p) $5^6 : 5^4 =$

q) $2^6 * 2^3 : 2^5 =$

r) $(3^2 * 3^3) : (3^3 : 9) =$

s) $[(2^2)^3]^4 : [(2^2)^2]^3 =$

t) $2^3 * 3^2 =$

u) $1^3 + 2^3 + 3^3 =$

ACTIVIDAD 15.
Descomponer los siguientes números en sus factores primos.

a) $32 =$ b) $48 =$

c) $225 =$ d) $400 =$

e) $512 =$ f) $1000 =$

g) $344 =$ h) $768 =$

i) $875 =$ j) $2340 =$

ACTIVIDAD 16.

Escribe en el $\boxed{}$, el factor primo que falta.

a) $45 = 3^2 * \boxed{}$ b) $180 = 2^2 * \boxed{}^2 * 5$

c) $42 = 2 * 3 * \boxed{}$ d) $90 = \boxed{} * 3^2 * 5$

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

El Mínimo Común Múltiplo (MCM) de dos o más números es el menor de los múltiplos en común entre dichos números.

EL MCM se puede calcular mediante la factorización prima, donde el MCM corresponde al producto de los factores primos (comunes y no comunes) elevados al mayor exponente de cada uno.

Ejemplo:

El MCM entre 15, 18 y 28 es $2^2 * 3^2 * 5 * 7$ ya que:

$$15 = 3 * \mathbf{5}$$

$$18 = 2 * \mathbf{3^2}$$

$$28 = \mathbf{2^2} * \mathbf{7}$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR.

El Máximo Común Divisor (MCD) de dos o más números es el máximo de los divisores en común entre dichos números.

El MCD se puede calcular mediante la factorización prima, donde el MCD corresponde al producto de los factores primos en común, elevados al menor exponente.

Ejemplo:

El MCD entre 24, 36 y 42 es $2 * 3$ ya que:

$$24 = 2^3 * 3$$

$$36 = 2^2 * 3^2$$

$$42 = \mathbf{2} * \mathbf{3} * 7$$

ACTIVIDAD 17.
Calcula el MCM de cada grupo de números, por medio de factorización prima.

a) 24 y 42.

b) 12, 16 y 20.

c) 6, 12, 24 y 48.

ACTIVIDAD 18.
Resuelve los siguientes problemas que involucran el cálculo del MCM.

a) La alarma del reloj de Mabel suena cada 12 minutos y la del reloj de Depper suena cada 15 minutos. Si ambas alarmas sonaron a las 12 del día. ¿A qué hora sonarán las alarmas juntas nuevamente?

b) Un cometa que orbita alrededor del sol, se aproxima a él cada 25 años y otro cometa lo hace cada 60 años. Si ambos cometas orbitaron cerca del sol en el año 1.950, ¿En qué año volverá a suceder el mismo suceso?

c) Tres aviones de una misma compañía aérea hacen escala en el mismo aeropuerto. Uno de ellos lo hace cada 8 días, otro cada 10 días y el otro cada 20 días. Si coinciden un día los tres aviones, ¿al cabo de cuántos días se encontraran nuevamente en dicha escala?

d) Tres corredores arrancan juntos en una carrera de 100 metros circular. Si el primero tarda 10 segundos en dar una vuelta a la pista, el segundo demora 15 segundos y el tercero lo hace en 12 segundos, ¿Al paso de cuántos segundos volverán a encontrarse en el punto de partida? y ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno de los corredores dentro de ese tiempo?

ACTIVIDAD 19.
Calcula el MCD de cada grupo de números, por medio de factorización prima.

a) 6 y 8.

b) 9, 12 y 18.

c) 27, 36 y 63.

ACTIVIDAD 20.
Resuelve los siguientes problemas que involucran el cálculo del MCM.

a) Hay tres cuerdas de 120 cm, 180 cm y 240 cm. ¿Cuál debe ser la mayor medida que se puede dividir a cada cuerda en trozos de igual longitud?

b) Una cinta de 36 metros y otra de 48 metros se deben dividir en pedazos iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál debe ser la longitud de cada pedazo?

c) Un fabricante de juegos de mesa tiene pensado fabricar un puzle de 40 cm de largo y 36 cm de ancho con piezas cuadradas, de modo que sean lo más grande posible y que cubra todo el puzle. ¿Cuánto es el área de cada pieza?

d) Andrea confeccionará collares para vender, tiene 25 perlas plateadas, 90 verde y 15 azules. Debe hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ni falte material. ¿Cuántos collares iguales hará? y ¿Qué número de perlas de cada color tendrá cada collar?

DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS NATURALES.

Las reglas de divisibilidad nos permiten saber, de forma rápida, si un número se puede dividir en forma exacta en otro número, sin la necesidad de realizar la división.

A continuación indicamos un listado de algunas reglas de divisibilidad.

- Divisibilidad del 2: si la última cifra del número es 0, 2, 4, 6 u 8.
- Divisibilidad del 3: si la suma de las cifras del número es un múltiplo de 3.
- Divisibilidad del 4: si las dos últimas cifras del número son 00 o un múltiplo de 4.
- Divisibilidad del 5: si la última cifra del número es 0 o 5.
- Divisibilidad del 6: si el número es divisible en 2 y 3.
- Divisibilidad del 7: si al número formado por todas las cifras excepto la cifra de la unidad, le restamos el doble del valor de la cifra de la unidad y dicho número es múltiplo de 7; entonces el número inicial es divisible por 7. El anterior proceso se puede repetir hasta obtener un número múltiplo de 7 lo suficientemente pequeño.
- Divisibilidad del 8: si las tres últimas cifras del número son 000 o un múltiplo de 8.
- Divisibilidad del 9: si la suma de las cifras del número es un múltiplo de 9.
- Divisibilidad del 10: si la última cifra del número es 0.
- Divisibilidad del 11: si la suma de las cifras que ocupan un lugar par menos las otras cifras del número es 0 o un múltiplo de 11.
- Divisibilidad del 12: si el número es divisible en 3 y 4.
- Divisibilidad del 14: si el número es divisible en 2 y 7.
- Divisibilidad del 15: si el número es divisible en 3 y 5.
- Divisibilidad del 25: si las dos últimas cifras del número son 00 o un múltiplo de 25 (25, 50, 75).
- Divisibilidad del 100: si las dos últimas cifras del número son 00.

ACTIVIDAD 21.
Completa el siguiente cuadro con una X, para indicar cuáles números dividen exactamente a cada uno de los números ubicados en la columna del lado izquierdo. Utiliza las reglas de divisibilidad para averiguarlo sin dividir realizar cada división.

	DIVISORES.														
NÚMEROS	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	25	100
52															
250															
324															
1.029															
2.600															
7.234															
9.900															
18.444															
46.008															
251.532															
3.467.890															

ACTIVIDAD 22.
Escribe el dígito que falta para que los números sean divisibles por 3.

a) 3.68____

b) 2____.846

c) 5.____07

d) 4____.520