

**Movimientos Uniformes rectilíneos variados**  
**Caída libre y Lanzamientos verticales**

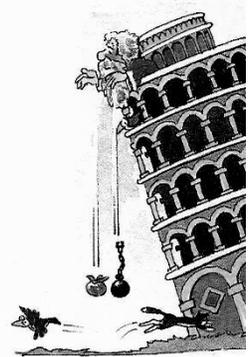
Nombre:.....Curso:.....

**CAÍDA LIBRE**

Aristóteles (s. IV A.C.) pensaba que los cuerpos más pesados llegan primero al suelo y que su rapidez era proporcional a su peso, fue Galileo (1564 -1642), él que afirmó que todos los cuerpos caen con una aceleración constante, independiente de su peso.

En el estudio de la caída de los cuerpos se usa un modelo idealizado, donde **NO** se considera los efectos del aire, la rotación terrestre, y la variación de la aceleración de gravedad con relación a la altura.

La caída libre de las partículas consiste en dejar caer ( $v_0=0\text{ m/s}$ ) una partícula desde un punto que se encuentra a una altura determinada con relación a la superficie de la Tierra (sistema de referencia). A medida que la partícula desciende, la velocidad aumenta en forma directamente proporcional al tiempo y por lo tanto cae con una aceleración constante, la que recibe el nombre de aceleración de gravedad y se representa por  $\vec{g}$ , en donde este vector presenta las siguientes características:



- **Módulo:** Para puntos cercanos a la superficie de la Tierra su valor es de  $9,8\text{ [m/s}^2\text{]}$ , esto significa que la rapidez de la partícula aumenta en  $9.8\text{ [m/s]}$  en cada segundo de tiempo.
- **Dirección:** Perpendicular a la superficie de la Tierra. Coincide con el eje "y"
- **Sentido:** Hacia el centro de la Tierra, o en sentido negativo del eje "y".

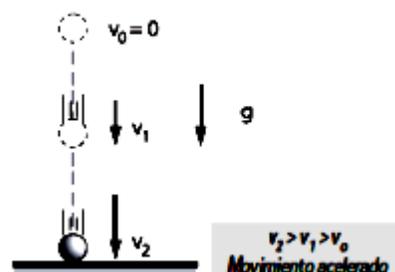
**Experiencia de Newton**

<b>Sistema Real</b>	<b>Sistema Ideal "Vacío"</b>
Al soltar simultáneamente una pluma y una piedra en el aire, la piedra llega primero que la pluma, puesto que sobre esta última el aire ejerce mayor resistencia (mayor superficie) - figura 1.	Al soltar simultáneamente una pluma y una piedra en el vacío ambas llegan al mismo tiempo, puesto que sobre ambas no existe ninguna resistencia, por lo tanto caen con la misma aceleración - figura 2.
<p>fig. 1</p>	<p>fig. 2</p>

Análisis vectorial de variables en un movimiento de caída libre

- Velocidad inicial (vector nulo)
- Velocidad a través del tiempo
- Aceleración de gravedad (valor constante)

**Cuando un cuerpo es soltado.**



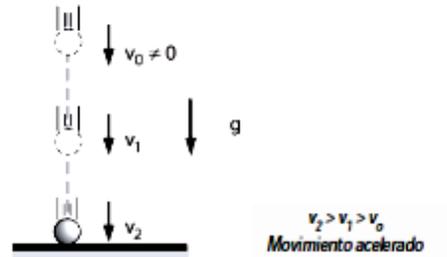
# LANZAMIENTO VERTICAL HACIA ABAJO

Con relación al lanzamiento vertical hacia abajo, es muy semejante a una caída libre, sólo que se considera que la velocidad inicial es distinta de cero ( $v_0 \neq 0$ ).

En esta caso se lanza con una velocidad determinada.

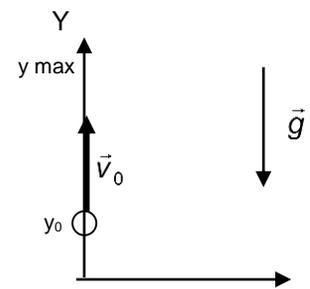
Ej: [ $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ]

**Cuando un cuerpo es lanzado hacia abajo.**

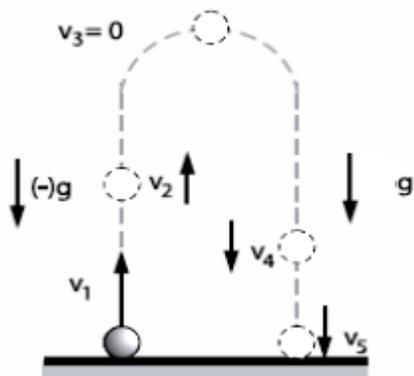


# LANZAMIENTO VERTICAL HACIA ARRIBA.

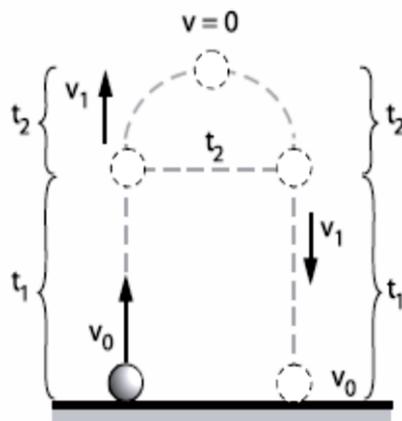
El lanzamiento vertical hacia arriba se puede considerar un caso particular de M.R.U.R., NO tomando en consideración la resistencia del aire. Consiste en lanzar verticalmente hacia arriba un cuerpo desde una altura  $y_0$  determinada en relación a la superficie de la Tierra con una velocidad inicial ( $v_0 \neq 0 \text{ m/s}$ ). A medida que la partícula asciende, su velocidad disminuye en forma directamente proporcional al tiempo por lo que asciende con una aceleración o retardación constante, que es igual a la aceleración de gravedad  $g$ , hasta detenerse ( $v_f = 0 \text{ m/s}$ ), y luego de esto presenta un movimiento de caída libre.



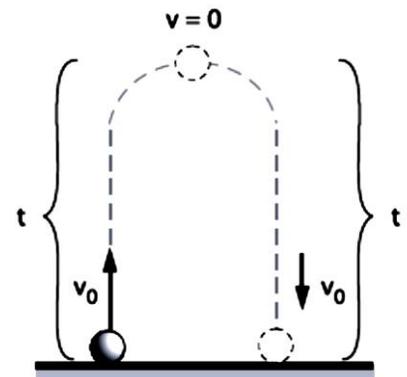
**Cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba.**



$v_3 < v_2 < v_1$ : Movimiento retardado  
 $v_5 > v_4 > v_3$ : Movimiento acelerado



El módulo de la velocidad de subida es igual al módulo de la velocidad de bajada para un mismo nivel.



El tiempo de subida es igual al tiempo de bajada para un mismo nivel.



Por lo tanto las ecuaciones matemáticas que describen el movimiento de caída libre y lanzamiento vertical hacia arriba poseen las características de un M.R.U.A, y en cambio el lanzamiento vertical hacia arriba describe las características de un M.R.U.R.

	<b>Caída libre</b>	<b>Lanzamiento vertical hacia abajo</b>	<b>Lanzamiento vertical hacia arriba</b>
<b>Condiciones</b>	$X = y$ ; $X_o = y_o$ $v_o = 0$ ; $\bar{a} = -g$	$X = y$ ; $X_o = y_o$ , $v_o \neq 0$ , $\bar{a} = -g$	$X = y$ ; $X_o = y_o$ , $v_o \neq 0$ , $\bar{a} = -g$
<b>Ec. de posición en función del tiempo</b>	$y(t) = y_o - \frac{gt^2}{2}$	$y(t) = y_o - v_o t - \frac{gt^2}{2}$	$y(t) = y_o + v_o t - \frac{gt^2}{2}$
<b>Ec. De velocidad en función del tiempo</b>	$v(t) = -gt$	$v(t) = -v_o - gt$	$v(t) = v_o - gt$
<b>Ec. De aceleración en el tiempo</b>	$a(t) = -g$	$a(t) = -g$	$a(t) = -g$
<b>Ec. Independiente del tiempo (Torricelli)</b>	$v^2 = 2g\Delta y$	$v_f^2 - v_o^2 = 2g\Delta y$	$v^2 = v_o^2 - 2g\Delta y$
<b>Tiempo máximo</b>	-----	-----	$t_{max} = \frac{v_o}{g}$
<b>Altura máxima</b>	-----	-----	$\Delta y_{max} = \frac{v_o^2}{2g}$

Gráficos que describen los tres movimientos anteriores son los siguientes:

<b>Tipo de movimiento</b>	<b>Posición/tiempo</b>	<b>Velocidad/tiempo</b>	<b>Aceleración/tiempo</b>
<b>Caída libre</b>			
<b>Lanzamiento vertical hacia abajo</b>			
<b>Lanzamiento vertical hacia arriba</b>			

## APLICACIONES

**Nota:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 1) Un objeto está en reposo y cae libremente en un pozo de 45 m. ¿Cuánto tiempo duró la caída?
- 2) Una piedra cae libremente y golpea el suelo con una rapidez de 40 m/s. ¿De qué altura cayó?
- 3) Se deja caer una piedra desde el techo de un edificio de 30 m de altura. Calcular la distancia recorrida al cabo de un segundo.
- 4) Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 16 m/s.
  - a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
  - b) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire?
- 5) Un objeto se suelta desde la terraza de un edificio a 50 m del suelo.
  - a) ¿Cuánto tiempo demora en caer?
  - b) ¿Con qué velocidad llega al suelo?
  - c) ¿Qué distancia recorre el objeto durante el último segundo de caída?
- 6) Se dispara un cuerpo verticalmente hacia arriba con velocidad de 80 m/s. Calcular el tiempo que demora en alcanzar su máxima altura.
- 7) Un globo se eleva desde la superficie terrestre a una velocidad constante de 5 m/s; cuando se encuentra a una altura de 360 m, se deja una piedra, calcular el tiempo que tarda la piedra en llegar a la superficie terrestre.
- 8) Un cuerpo es dejado caer en el vacío sin velocidad inicial. Si en el último segundo recorre 25 m; calcular la altura desde el cual fue abandonado.
- 9) Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba desde el techo de un edificio de 32 m de altura y pega en el suelo 3,25 [s] después.
  - a) ¿Cuál fue la velocidad inicial de la piedra?
  - b) ¿Con qué velocidad pegó en el suelo?
- 10) Se lanza verticalmente hacia arriba una piedra y esta alcanza una altura máxima de 24 m.
  - a) ¿Con qué rapidez inicial se debe lanzar la piedra?
  - b) ¿Cuánto tiempo permanecerá en el aire si vuelve al punto de lanzamiento?
- 11) Una piedra se lanza verticalmente hacia abajo desde un puente, con una rapidez inicial de 10 m/s y pega en el agua 2 s después. Determine la altura del puente sobre el agua.
- 12) Un cuerpo cae libremente desde el reposo. La mitad de su caída se realiza en el último segundo, calcular el tiempo total de su caída.
- 13) Se suelta un cuerpo desde 125 m de altura. Hallar el tiempo que tarda en llegar al piso
- 14) Un árbitro de fútbol lanza una moneda hacia arriba con velocidad "v" la cual toca el césped con velocidad 2v, considerando que la mano del árbitro suelta la moneda a 1,2 m sobre el césped encuentre el valor de "v".
- 15) Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s. Se pide:
  - a) Calcular la altura máxima
  - b) El tiempo que demora en subir.
  - c) El tiempo que demora en bajar.
  - d) El tiempo que demora en regresar al lugar de partida.
  - e) La velocidad de llegada