Instituto Nacional
Dpto de Física
Coordinación. Fabián Espinoza 3°Física Plan Diferenciado

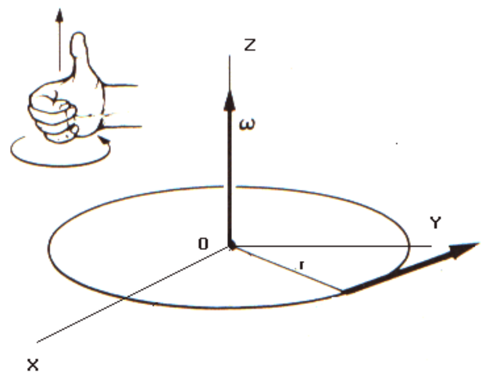
M.C.U.V.(Movimiento Circunferencial Uniformemente Variado)

Nombre:____Curso:____________

Hemos visto que los movimientos circunferenciales son aquellos en los cuales las partículas se mueven manteniendo una trayectoria circular, es decir mantienen una distancia fija a un punto del espacio, dicha distancia corresponde al radio de la circunferencia de dicha trayectoria.

La **velocidad angular media** indica el desplazamiento angular de éste movimiento en un intervalo de tiempo, esta cantidad es vectorial y quedaría determinada por:

$\boxed{\overrightarrow{\omega_m} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$(se mide en $\left[\frac{rad}{s}\right]$ en el S.I.)



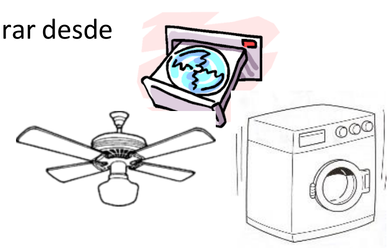
Esta es una cantidad vectorial la cuya dirección se puede determinar según la regla de la mano derecha como se muestra en la figura.

La **velocidad angular instantánea** correspondería a la velocidad angular cuando el intervalo es muy pequeño, es decir tiende a cero.

$$\boxed{\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

Si la partícula que se mueve lo hace comprendiendo arcos iguales en tiempos iguales, entonces su velocidad angular instantánea será igual a su velocidad angular media. En este caso estamos en presencia de un tipo de movimiento al cual hemos clasificado como M.C.U. (Movimiento Circunferencial Uniforme). Sin embargo, en la vida cotidiana nos encontramos con numerosas situaciones donde el desplazamiento angular $\Delta\theta$ es diferente en intervalo de tiempos diferentes, por ejemplo:

- El movimiento de un CD que al ser puesto en un lector comienza a girar desde el reposo hasta alcanzar la velocidad requerida para la lectura.
- El movimiento de las aspas de un ventilador que se está apagando las cuales giran cada vez más lento
- El tambor de la lavadora que giran a ratos en un sentido y a ratos en sentido contrario.



En todos estos movimientos la velocidad angular instantánea será variable, es decir su valor dependerá del instante en que se mida.

Una medida de la variación de la velocidad en el tiempo es lo que llamamos **aceleración angular media**.

$\vec{\alpha}_m = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$ (Se mide en $\left[\frac{rad}{s^2}\right]$ en el S.I.)

Si esta variación depende del intervalo de tiempo que escojamos entonces se deberá definir una **aceleración angular instantánea**

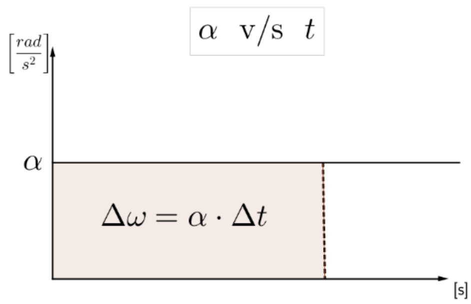
$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$$

Sin embargo, si la aceleración angular instantánea es constante tendrá el mismo valor que la aceleración media. En esta unidad se estudiarán los movimientos cuya aceleración angular es constante, por tanto, no será necesario diferenciar entre aceleraciones angulares medias e instantáneas, les llamaremos simplemente aceleración angular. A este tipo de movimientos se les clasifica como M.C.U.V. (Movimiento Circunferencial Uniformemente Variado)

M.C.U.V.

Cantidades angulares

Un M.C.U.V. es aquel movimiento circular con aceleración angular constante, es decir:



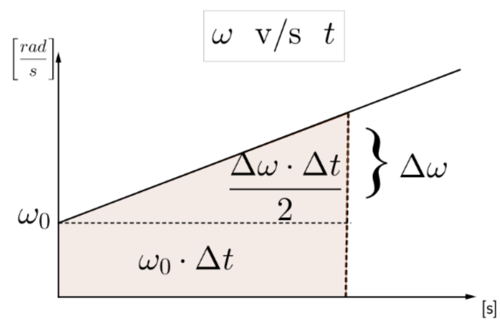
$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = cte.$ (1)

La variación de rapidez angular queda determinada por el área bajo la curva en el gráfico, por tanto la rapidez angular en función del tiempo será:

$\Delta\omega = \alpha \cdot \Delta t$ (2)

$\omega(t) = \omega_0 + \alpha\Delta t$ (3)

Del mismo modo podremos el desplazamiento angular del área bajo la curva en el gráfico rapidez angular en función del tiempo



$\Delta\theta = \omega_0 \cdot \Delta t + \frac{\Delta\omega \cdot \Delta t}{2}$ (4)

Reemplazando (2) en (4)

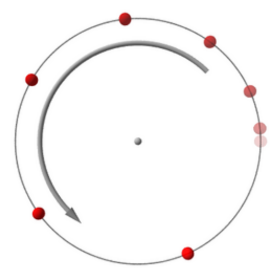
$\Delta\theta = \omega_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \cdot (\Delta t)^2$

$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \cdot (\Delta t)^2$ (5)

La ecuación (5) es la ecuación de itinerario angular.

Cantidades lineales.

En consecuencia que el movimiento es acelerado, éste irá recorriendo longitudes de arcos diferentes en intervalos de tiempo diferentes, de modo que el módulo de la velocidad tangencial dependerá de la rapidez angular de la partícula en ese instante de tiempo.



$|\vec{v}| = R\omega$ (6)

Donde R es el radio de la trayectoria.

Debido a que la rapidez angular es variable (ver Ec (3)), el módulo de la velocidad tangencial también es variable, luego la **aceleración tangencial** queda determinada por la variación de la rapidez tangencial en el tiempo

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{R\Delta\omega}{\Delta t}$$

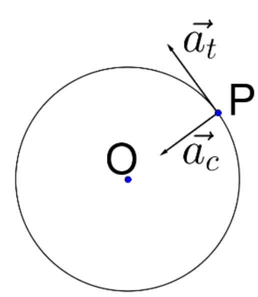
Reemplazando con la Ec (1)

$$a_t = R\alpha$$

Como el movimiento sigue una trayectoria circunferencial, poseerá también **aceleración centrípeta** determinada por

$$a_c = R\omega^2$$

Como ya se había estudiado en el M.C.U.



Por tanto el vector aceleración tendrá dos componentes, una con dirección tangencial y otra centrípeta (radial hacia el centro)

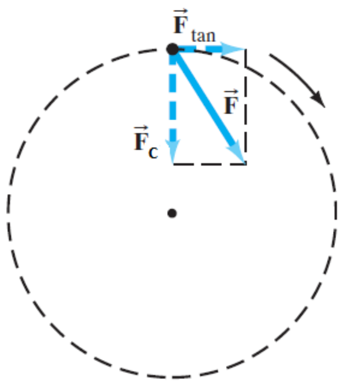
$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_c}$$

Y el módulo de esta aceleración es

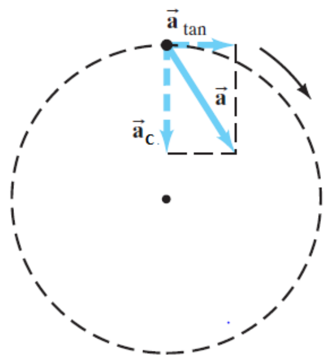
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$$

Fuerzas en el M.C.U.V.

De acuerdo con el segundo principio de Newton ($\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$) todo cuerpo que se mueve aceleradamente lo hace con una fuerza neta en la misma dirección y sentido que la aceleración. En un M.C.U. dicha fuerza neta apunta hacia el centro mientras que en el M.C.U.V. no apunta directamente al centro sino que en cierto ángulo con la trayectoria. Esto quiere decir que la fuerza tendrá una componente radial y otra componente tangencial como se muestra en la figura



$$\vec{F} = m \cdot (\vec{a_t} + \vec{a_c})$$
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a_t} + m \cdot \vec{a_c}$$
$$\vec{F} = \vec{F_t} + \vec{F_c}$$



Problemas

1. un móvil tiene una velocidad tangencial de 120 m/s; luego de 5 segundos, esta velocidad se convierte en 154 m/s. Si el radio de la circunferencia es de 4m, hallar la aceleración angular. **R: 1.7rad/s^2**

2. Una rueda de 50 cm de diámetro tarda 10 segundos en adquirir desde el reposo una rapidez angular constante de $180\pi\ rad/s$. a) Calcula la aceleración angular del movimiento. b) ¿cuál es la rapidez lineal de un punto de la periferia cuando lleva dicha rapidez angular? c) Calcula la aceleración centrípeta de un punto en la periferia de la rueda a los 5 segundos de iniciado el movimiento.

3. La frecuencia de rotación de un volante es de 24Hz. 5 segundos después la frecuencia ha disminuido a 3Hz. Calcula: a) la velocidad angular inicial y final. b) la aceleración angular en ese intervalo. c) el número de vueltas dadas en esos 5 segundos. d) si el radio del volante es de 20cm, calcula la velocidad lineal y la aceleración centrípeta cuando t = 0.

4. Un volante de 50cm de radio gira a 180 rpm. Si es frenado y se detiene en 20 segundos, calcula: a) La velocidad angular inicial en radianes por segundo. b) La aceleración de frenado. c) El número de vueltas dadas en 20 segundos.

5. Un hombre hace girar una boleadora desde el reposo durante 10 segundos con una aceleración angular de $\pi\ rad/s^2$, momento en el cual suelta la cuerda para dejar salir el proyectil. A) ¿A qué velocidad sale despedido este si la cuerda de la honda mide 60cm? B) ¿Cuánto tiempo tendría que hacer girar la honda el hombre del ejercicio anterior para que la velocidad lineal de salida fuese del doble?

6. Una partícula inicia su M.C.U.V. con una velocidad tangencial de 6 m/s. Si su aceleración tangencial es 4 m/s^2, y su radio de giro es 9 m. Determinar su velocidad tangencial y angular luego de 12 segundos.

Rpta. 54 m/s y 6 rad/s

7. Una esferita se desplaza con M.C.U.V. de tal modo que luego de recorrer 8 m incrementa su velocidad de 4 m/s a 12 m/s. Si su radio de giro es 4 m. Calcular la aceleración tangencial y la aceleración angular de la esferita. **Rpta. 8 m/s2 y 2 rad/s2**

8. Calcular la aceleración angular que tiene un disco, sabiendo que éste es capaz de triplicar la velocidad que tiene luego de dar 600 vueltas en 20 s **.Rpta. 1,5 rev/s2**

9. Un ciclista corre por un velódromo de modo que al cabo de 5 s su velocidad lineal es 15 m/s. Se observa también que durante dicho tiempo el ciclista logró girar un ángulo central de 2 rad, siendo el radio de la pista igual a 25 m. Calcular la velocidad lineal que tenía al iniciar su movimiento**.** **Rpta. 5 m/s**
10. La velocidad angular de un motor que gira a 1800 R.P.M., en 2 s desciende uniformemente hasta 1200 R.P.M. ¿Cuál es la aceleración angular? **Rpta. 10π rad/s2**

11. Un disco parte del reposo con M.C.U.V. y durante los dos primeros segundos da 8 vueltas. ¿Cuántas vueltas da durante el primer segundo de su movimiento? **Rpta. 2**

12. La velocidad de una rueda, que gira con movimiento uniformemente retardado, disminuyó al ser frenada durante 1 minuto, desde 300 R.P.M. hasta 180 R.P.M. Hallar la aceleración angular de la rueda. **Rpta. – 0,21 rad/s2**
13. La velocidad angular de la volante de un auto aumenta a razón constante de 2400 R.P.M. a 4800 R.P.M. en 30 s; ¿La aceleración angular del auto en radianes por segundo al cuadrado será? **Rpta. 2,66**
14. Un ventilador gira con velocidad correspondiente a una frecuencia de 900 R.P.M. Al desconectarlo, su movimiento pasa a ser uniformemente retardado, hasta que se detiene por completo después de dar 75 vueltas. ¿Cuánto tiempo transcurre desde el momento en que se desconecta el ventilador hasta que se detiene por completo? **Rpta. 10 s**
15. Un ventilador alcanza su velocidad máxima de trabajo de 900 R.P.M. en 40 s. Si al "encenderlo" inicia su movimiento con aceleración constante, calcular cuántas revoluciones completa en el primer minuto de su movimiento. **Rpta. 300 rev**

16. En el área de pits un automóvil de carreras parte del reposo y acelera a tasa uniforme hasta una rapidez de 35 m/s en 11 s, moviéndose sobre una pista circular cuyo radio es de 500 m. Suponiendo una aceleración tangencial constante, encuentre a) la aceleración tangencial, y b) la aceleración radial en el instante en que la rapidez es v = 15 m/s. **R: a)3.2m/s2; b)0.45m/s2**

17. Una partícula que parte del reposo gira con rapidez uniformemente creciente en sentido horario en un círculo contenido en el plano xy. El centro del círculo está en el origen de un sistema coordenado *xy*. En *t* = 0, la partícula está en $x = 0$, $y = 2.0\ m$. En $t = \ 2.0\ s$, la partícula ha efectuado un cuarto de revolución y está en $x = 2.0\ m$, $y = \ 0.0$. Determine a) su rapidez en *t* _ 2.0 s, *b*) el vector velocidad promedio, y *c*) el vector aceleración promedio durante este intervalo.
18. En el problema anterior suponga que la aceleración tangencial es constante y determine las componentes de la aceleración instantánea en *a*) *t* _ 0.0, *b*) *t* _ 1.0 s, y *c*) *t* _ 2.0 s.
19. Un objeto se mueve en un círculo de 22 m de radio a una rapidez dada por la expresión $v = 3.6 + 1.5t^2$, con v en por segundo y *t* en segundos. En *t* _ 3.0 s, encuentre *a*) la aceleración tangencial y *b*) la aceleración radial.
20. Una partícula gira en un círculo de 3.80 m de radio. En un instante particular su aceleración es de 1.15 m/s^2 en una dirección que forma un ángulo de 60.0° con el sentido de su movimiento. Determine su rapidez *a*) en este momento y *b*) 2.00 s después, suponiendo una aceleración tangencial constante.