

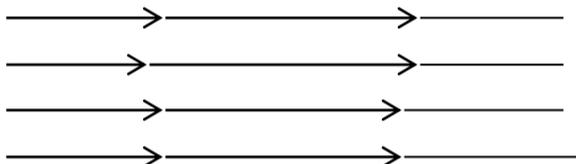
Nombre.....Curso.....

PRESIÓN y FLUÍDOS

Hidrodinámica

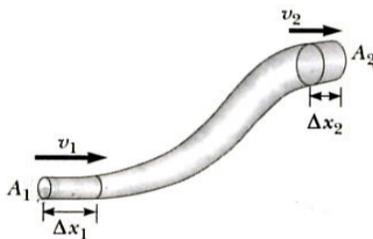
El estudio realizado se ha restringido a fluidos en reposo, lo cual es considerablemente sencillo comparado cuando se estudia fluidos en movimiento. Sin embargo haciendo algunas suposiciones nos resultará simple de hacerlo y también será un estudio introductorio. Consideraremos que los fluidos tienen un movimiento cuyas **líneas de flujo o de corriente** se muestra en forma laminar en la figura siguiente, lo cual representará un flujo aerodinámico.

El flujo aerodinámico es el movimiento de un fluido, en el cual cada partícula en el fluido sigue la misma trayectoria que siguió la partícula anterior.



Presión y velocidad del fluido

De acuerdo a la experimentación realizada, se ha observado que a medida que un líquido fluye a través de un angostamiento de una tubería por ejemplo, la velocidad de éste aumenta, cuya deducción se verá en la Ecuación de Continuidad. Una idea acerca de esta observación la presenta la siguiente figura



Ecuación de continuidad

Las partículas en un fluido se mueven a lo largo de las líneas de flujo, siendo éste estacionario. Se puede demostrar que en un Δt pequeño, un fluido que se mueve a lo largo de una tubería, la masa del fluido que se traslada se conserva, lo cual significa que la masa que pasa por una sección transversal A_1 en un Δt debe ser igual a la masa que pasa por otra sección transversal del mismo tubo, incluso con un valor distinto de sección transversal A_2 .

$$\Delta m_1 = \rho A_1 \Delta x_1$$

$$\Delta m_2 = \rho A_2 \Delta x_2$$

Considerando que el flujo tiene rapidez que varía de una sección a otra, queda de la siguiente forma:

$$\Delta m_1 = \rho A_1 \Delta t v_1$$

$$\Delta m_2 = \rho A_2 \Delta t v_2$$

Como $\Delta m_1 = \Delta m_2$ puesto que la masa se conserva y la densidad del fluido es la misma, entonces:

$$\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

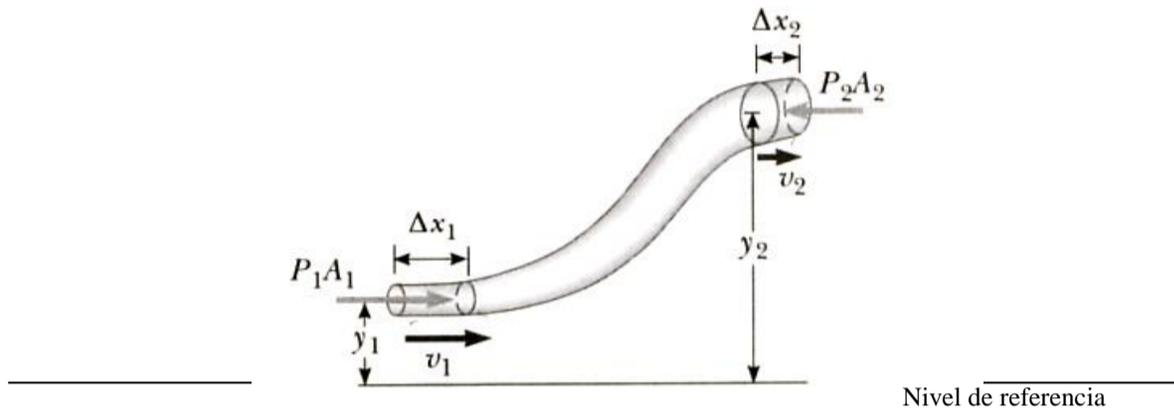
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{Constante}$$

Esta expresión se conoce como **Ecuación de Continuidad**.

Ecuación de Bernoulli

En nuestro estudio sobre fluidos, hemos destacado cuatro parámetros: la presión P , la densidad ρ , la velocidad v y la altura h sobre un nivel de referencia. El suizo Daniel Bernoulli (1700-1782) describió matemáticamente la relación para un fluido en movimiento. Considerando que un fluido tiene masa, éste debe obedecer las mismas leyes de la conservación de la energía establecida para los sólidos. En consecuencia, considerando el trabajo total que se debe hacer para mover un fluido contenido en una tubería desde una posición a una b, la cual para efectos de la determinación matemática, se ha supuesto de una manera muy particular. El trabajo total corresponde a la suma del trabajo realizado por la fuerza de entrada F_1 y el trabajo negativo efectuado por la fuerza de resistencia F_2

$$W_t = F_1 d_1 - F_2 d_2 \quad (W = Fd \cos \alpha)$$



Es importante considerar que el Trabajo total efectuado por el fluido corresponde a la suma del cambio de Energía Cinética (ΔK) y del cambio de Energía Potencial Gravitacional (ΔU).

En esta última ecuación F_2 es negativa puesto que se opone al movimiento del fluido (resistencia). De la definición de presión:

$$F_1 = P_1 A_1 \quad \text{y} \quad F_2 = P_2 A_2$$

Por tanto, reemplazando F en la fórmula de trabajo nos queda:

$$W_t = P_1 A_1 d_1 - P_2 A_2 d_2$$

Como es $V = \text{Volumen} = Ad$ y además la cantidad de líquido que viaja por la tubería tiene igual Volumen, aunque ésta cambie su forma (supone que la velocidad del fluido disminuye si la sección transversal aumenta), entonces:

$$A_1 d_1 = A_2 d_2 = V$$

Luego:

$$W_t = P_1 V - P_2 V = (P_1 - P_2) V$$

Además la densidad de fluido relacionada con su masa y volumen es $m = \rho V$

Queda que el Trabajo total es :

$$(1) \quad W_t = (P_1 - P_2) \frac{m}{\rho}$$

Por otra parte, en cuanto el fluido está movimiento la energía cinética que tiene es :

$$(2) \quad W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Lo cual corresponde al cambio de energía cinética al ir fluido desde el nivel a al nivel b en la tubería. En cuanto a la energía potencial, hay un cambio puesto que hay un cambio de altura del fluido, el punto b se encuentra más alto, respecto al nivel de referencia, que a. En este caso:

$$(3) \quad W = - \Delta U = - (mgh_2 - mgh_1)$$

Observe que el cambio de energía potencial es positivo puesto que se “gana” energía potencial por el aumento de altura respecto de a.

Por tanto, aplicando el principio de conservación de la energía nos queda reuniendo las ecuaciones 1, 2 y 3 :

$$W_t = \Delta K + \Delta U$$

$$(P_1 - P_2) \frac{m}{\rho} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_2 - mgh_1$$

Multiplicando por ρ/m toda la ecuación queda :

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_2 - \rho gh_1$$

Reubicando lo términos de ésta última ecuación en lo que ocurre en el estado 1 y estado 2 del evento:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

esta última relación refleja nada más que el principio de conservación de la energía aplicado a un fluido:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{constante}$$

Esta ecuación tiene las dimensiones de una presión. Esta ecuación es conocida como la **Ecuación de Bernoulli**

APLICACIONES

1. Una manguera para el agua de 2 cm de diámetro se usa para llenar una cubeta de 20 litros. Si en llenarse la cubeta tarda 1 minuto
 - a) ¿Cuál es la rapidez v con la que sale el agua de la manguera?
 - b) Si el diámetro de la manguera se reduce a 1 cm suponiendo el mismo flujo de volumen ¿A qué rapidez saldrá el agua de la manguera?

R: a) 106 cm/s

b) 424 cm/s

2. El agua fluye a 6 cm/s por un tubo de 6 cm de diámetro a otro de 3 cm de diámetro conectado al primero, ¿cuál es la rapidez del agua en el tubo más pequeño?

Rs: 24 cm/s

3. Por una tubería horizontal de 7,5 cm de radio circula agua, con una rapidez de 50 cm/s y una presión de $1,2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. La tubería tiene un estrechamiento por la cual sale el fluido, de 5 cm de diámetro. Determinar:

A) La rapidez de salida del agua por el estrechamiento.

B) La presión en el citado estrechamiento.

Rs: a) 4,45 m/s

b) 110 kilopascal

*Objetivo:**Aplicar la ecuación de continuidad y el principio de Bernoulli en ejercicios.*

- 1) Explique por qué llega más lejos el agua que sale de una manguera si ponemos el dedo en la punta de la manguera.
- 2) Cuando se abre repentinamente la llave de la ducha, la cortina se mueve hacia adentro. ¿Cuál sería la explicación a este suceso?
- 3) Por una tubería de forma irregular se mueve un fluido ideal, cuando pasa por una sección de 20 cm de radio lleva una rapidez de 3 m/s. Si el radio de otra sección es de 35 cm, ¿qué rapidez tiene el flujo en esa sección?
R: 0,98 m/s
- 4) Por una sección de radio R de un tubo viaja un fluido ideal con una rapidez v, ¿con qué rapidez pasa por otra sección del mismo tubo de radio R/2? Si la sección del mismo tubo se ensancha y su radio es 3R, ¿Qué relación habrá entre la rapidez de flujo en la sección más ancha y la rapidez en la sección más angosta?
R: (1 :36)
- 5) A través de una manguera de $2,5 \cdot 10^{-2}$ m de diámetro fluye gasolina con una rapidez de 1,5 m/s.
 - a) ¿Cuál es el gasto o el flujo? **R: $7,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$**
 - b) ¿cuánto tiempo demoraría en llenar un estanque de 4000 cm³? **R: 5,4 s**
- 6) ¿Cuál tendrá que ser el diámetro de una manguera para que pueda conducir 8 lt de petróleo en 1 min, si la rapidez de salida es de 3 m/s **R: 7,52 mm**
- 7) El agua que fluye por un tubo de $5 \cdot 10^{-2}$ m sale horizontalmente a razón de 30 lt/min.
 - a) ¿Cuál es la rapidez de salida? **R: 0,06 m/s**
 - b) ¿Qué alcance máximo horizontal tiene el chorro de agua si el tubo está a 1,2 m de altura? **R: 2,9 cm**
- 8) A través de un tubo de 6 cm de diámetro fluye agua con una rapidez de 6 m/s, pasa a otro tubo de 3 cm de diámetro conectado al primero.
 - a) ¿Cuál es la rapidez del flujo del agua en el tubo pequeño? **R: 24 m/s**
 - b) ¿Es mayor el gasto en el tubo más pequeño? **R. no**
 - c) ¿Cuál es la diferencia de presión entre los dos tubos conectados, si estos se encuentran horizontalmente? **R: $2,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$**
- 9) Un recipiente que contiene agua tiene una grieta que se encuentra localizada a 6 m por debajo de la superficie del agua, si el área de la grieta es 1,3 cm².
 - a) ¿Con qué rapidez sale el agua de la grieta? **R: 10,8 m/s**
 - b) ¿Cuál es el caudal de salida del agua por la grieta?, **R: $1,41 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$**
- 10) Por un tubo horizontal circula agua a través de él con una rapidez de 4 m/s, bajo una presión absoluta de 200kPa. El tubo se estrecha hasta la mitad de su diámetro original. ¿Cuál es la presión absoluta en la parte angosta del tubo? **R: 80 kPa**
- 11) Por un tubo fluye agua constantemente en un punto donde la presión manométrica tiene un valor de 300kPa con una rapidez de 2 m/s. más adelante, el tubo se estrecha bruscamente haciendo que la presión absoluta descienda a 100 kPa. ¿Cuál es la rapidez en esa sección?
- 12) Un recipiente tiene 4 orificios que se encuentran a 10 cm, 20 cm, 30 cm y 40 cm, con relación a la base. El nivel del agua se mantiene constante a una altura de 45 cm por medio de un dispensador externo. ¿Con qué rapidez sale el agua por cada orificio? **(0,99 m/s, 1,7 m/s, 2,2 m/s, 2,6 m/s)**
- 13) A través de una tubería horizontal de 7,0 cm de diámetro, fluye agua a razón de 25 lt/min, sometida a una presión de 6,0 Pa. En cierto punto depósitos calcáreos reducen la sección transversal del tubo a 30 cm². ¿Cuál es la presión en ese punto? **(2,2 Pa)**