INSTITITO NACIONAL
Dpto. de Física
Coordinación . 4° plan electivo
Marcel López Urbina

Guía de Ejercicios de Fuerza Eléctrica, Campo y Potencial Eléctrico

Objetivo:

- *Reconocer la fuerza eléctrica, campo eléctrico y potencial eléctrico generado por cargas puntuales.*
- *Calculan la fuerza eléctrica entre cargas puntuales*
- *Relación entre la fuerza eléctrica y el campo eléctrico*
- *Aplican las condiciones a la solución de problemas y en el análisis de configuración de cargas puntuales*

Cuando encendemos o apagamos un interruptor de una habitación o cuando introducimos una orden en el teclado de un computador o cuando oprimimos el botón de selección de canales en el control remoto de nuestro televisor, en todas estas situaciones existe un factor común, todas ellas se basan en fuerzas eléctricas y magnéticas que controlan y dirigen el flujo de energía o de partículas. Estas fuerzas constituyen las bases para el estudio del electromagnetismo.

LEY DE COULOMB

Hasta ahora, se ha establecido que existen dos clases de carga eléctrica y que las cargas aplican fuerzas de atracción y repulsión de una sobre otra. Los primeros experimentos cuantitativos exitosos con que se estudió la fuerza entre cargas eléctricas fueron realizados por Charles A. Coulomb (1736 – 1806), quien midió las atracciones y repulsiones eléctricas deduciendo la ley que las rige.

Los experimentos de Coulomb y de sus contemporáneos demostraron que la fuerza eléctrica aplicada por un cuerpo cargado sobre otro depende directamente del producto de sus magnitudes e inversamente del cuadrado de su separación. En otra palabras,

$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (1)$$

Para convertir la proporcionalidad anterior en una ecuación, se introduce una constante de proporcionalidad *K*, que llamaremos contante de Coulomb cuyo valor, para el espacio vacío es aprox. $K = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ Para la fuerza entre cargas, obtenemos así:

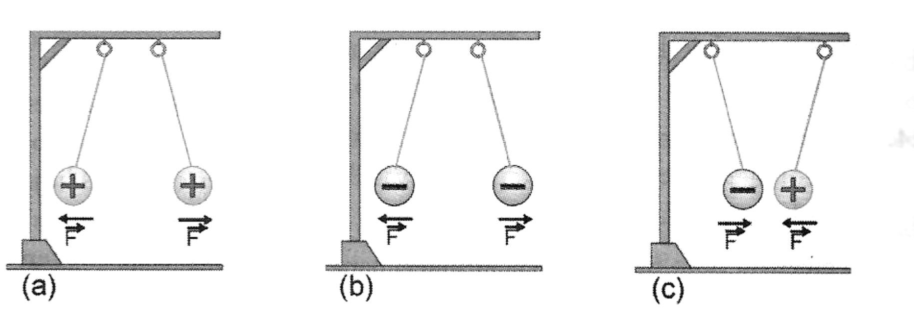
$$F = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \qquad (2)$$

Las características del vector fuerza eléctrica son las siguientes:

Magnitud: Se obtiene a partir de la relación (2)

Dirección: Coincide con la línea que contiene a las cargas interactuarte

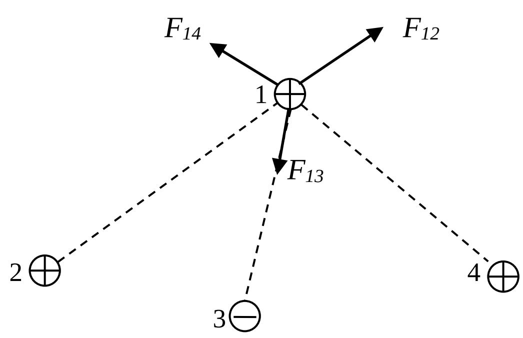
Sentido: Depende del tipo de cargas interactuarte, considerando que cargas de igual tipo se repelen y de distinto tipo se atraen, ver figura 1.



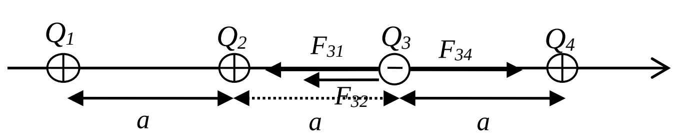
El empleo vectorial de la fuerza eléctrica es importante cuando se trata de fuerzas que operan sobre más de dos cargas. En este caso la relación (2) se aplicará a los pares de ellas, y la fuerza total, de una se calculará tomando la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las cargas restantes. Por ejemplo, la fuerza sobre la partícula 1 en un sistema sería

$$\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{13}} + \overrightarrow{F_{14}} + \cdots, \qquad (3)$$

Donde $\overrightarrow{F_{12}}$ es la fuerza sobre la partícula 1 proveniente de la partícula 2, $\overrightarrow{F_{13}}$ es la fuerza sobre la partícula 1 proveniente de la partícula 3 y así sucesivamente. *La relación (3) es la representación matemática del principio de superposición aplicado a las fuerzas eléctricas.*



Ej.1: Cuatro cargas de igual magnitud separadas por una distancia *a* entre sí, se ubican a lo largo de una línea horizontal, tal como se muestra en la figura. Determinar la fuerza resultante sobre Q_3, considerando que $F = K\frac{Q^2}{a^2}$.



Si consideramos el sentido positivo hacia la derecha, la fuerza resultante de las restantes cargas sobre Q_3, tiene la siguiente magnitud:

$$\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F_{31}} + \overrightarrow{F_{32}} + \overrightarrow{F_{34}}$$

Considerando $F = K\frac{Q^2}{a^2}$. La magnitud de F_3 es:

$$F_3 = -F - F/4 + F$$

$$F_3 = -\,{}^{F}\!/_{4},$$

Por lo tanto, la fuerza resultante sobre la carga Q_3, producto de la interacción con las restantes cargas es: $\overrightarrow{F_3} = {}^{F}\!/_{4}$ en la dirección horizontal en sentido negativo.

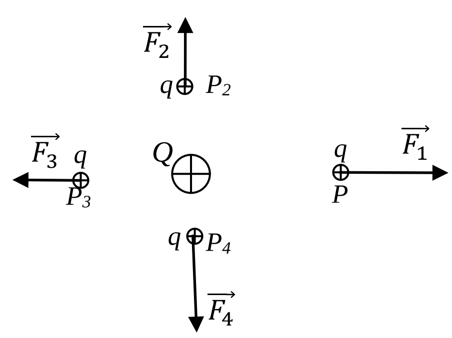
<u>CAMPO ELECTRICO</u>

Después de definir el concepto de la fuerza eléctrica, la pregunta que nos debemos realizar es cómo se aplica la fuerza entre cargas interactuantes?, además, si suponemos que estas cargas se encuentran separadas por una distancia *"r"* y en el vacío. A este tipo de interacción es se denomina *acción a distancia*, en donde la fuerza se aplica entre cuerpos que se encuentran separados entre sí. En consecuencia, para definir este tipo de interacción es necesario definir un concepto nuevo, llamado Campo, y que será el responsable de generar la fuerza entre las cargas o cuerpos que se encuentran separados por una distancia *"r"*.

En la naturaleza existen campos de tipo escalares y vectoriales, un ejemplo de campo escalar es la temperatura en los diversos espacios dentro de una casa, estos es, si medimos la temperatura tendremos diversos valores de ella en función de la posición, por ejemplo *T(x, y, z)*. Lo importante es la propiedad que posee el espacio, llamada temperatura en un lugar del espacio en comparación con otro lugar. Este es un ejemplo de un campo de tipo escalar, otro ejemplo de un campo escalar es la presión atmosférica, pero también existen *campos de tipo vectoriales* como la velocidad del flujo de un fluido determinado, el campo gravitacional, el campo eléctrico el campo magnético etc…

En este parte nos ocuparemos de definir el concepto de campo eléctrico que se encuentra relacionado con las cargas eléctricas.

Producto de la presencia de una carga eléctrica es que se genera en el espacio colindante a ella una propiedad que le llamaremos intensidad de campo eléctrico, propiedad que tiene características vectoriales y que la determinaremos haciendo uso de una carga de prueba positiva, que la posicionaremos en el espacio que rodea a la carga generadora de campo, para determinar la fuerza que se genera sobre ella, ver figura (2).



En el esquema anterior nos damos cuenta que al posicionar la carga de prueba q en diversos puntos, P_1, P_2, P_3 y P_4 en el espacio colindante a Q, vemos que existe un campo de fuerzas repulsivo que se aplica sobre la carga de prueba. En consecuencia, definiremos el vector intensidad e campo eléctrico $\vec{E}$, de acuerdo a la siguiente relación (4).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad (4)$$

En donde la unidad de medida de vector intensidad de campo eléctrico, en el sistema internacional es: $[\vec{E}] = \frac{N}{C}$

De acuerdo con la relación (4), *el vector intensidad de campo eléctrico posee la misma dirección y sentido que el vector fuerza eléctrica sobre una carga de prueba positiva*., esto es, en el caso de la figura (2) el vector intensidad de campo eléctrico posee dirección radial y apuntando hacia afuera. Ver figura (3).

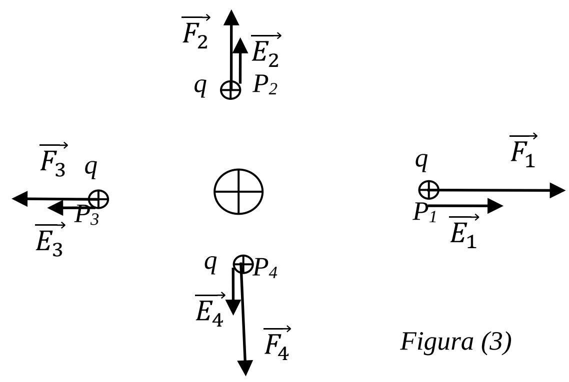


Figura (3)

Ahora si representamos en la siguiente figura, ver fig. (4), solo los vectores intensidad de campo eléctrico generado por cargas positivas y negativas en su espacio colindante, se muestra:

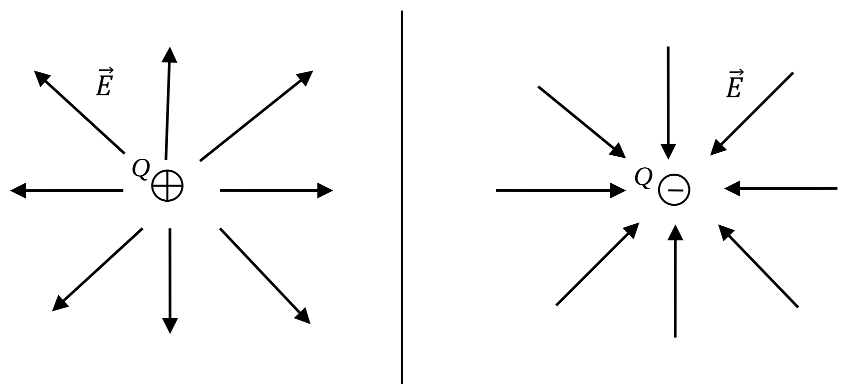


Figura 4.

<u>CAMPO ELECTRICO GENERADO POR CARGAS PUNTUALES</u>

Sabemos que la fuerza que aplica una carga *(Q)* sobre una carga de prueba (*q*) que se ubica a una distancia *"r"* tiene una magnitud dada por la relación (2) en nuestro caso es:

$$F = \frac{KQq}{r^2}$$

Y considerando la relación (4), tenemos que la magnitud del campo eléctrico en un punto en donde se ubica la carga de prueba tiene, la siguiente forma:

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \frac{KQ}{r^2} \qquad (5)$$

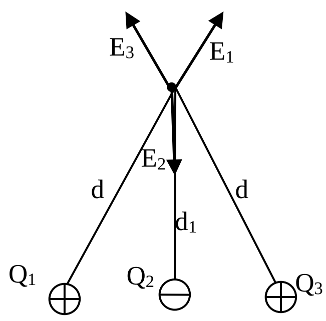
De acuerdo a la relación (5), se tiene que el campo generado por una carga puntual, <u>depende de la carga que lo genera y no de la carga de prueba</u>, además de considerar que depende del inverso del cuadrado de la distancia entre la carga generadora de campo y un punto del espacio colindante a la carga.

<u>CAMPO GENERADO POR CARGAS PUNTUALES</u>

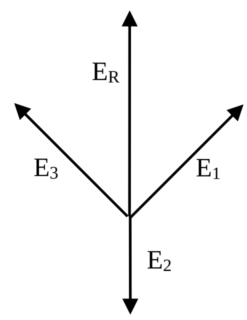
Para determinar el campo resultante en un punto del espacio colindante a un conjunto de cargas puntuales, se procede al igual que la forma en que se determina la fuerza resultante, esto es, se determinan los campos (vectores) generado por cada una de las cargas por separado en un punto del espacio y luego se suman vectorialmente de tal forma, se obtiene el campo resultante.

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} + ... + \overrightarrow{E_n} \qquad (6)$$

En la siguiente figura se determina el campo resultante producto de tres cargas puntuales en un punto del espacio.



Si consideramos que *$d<d_1$, se tiene que el campo resultante, tiene la siguiente forma:*

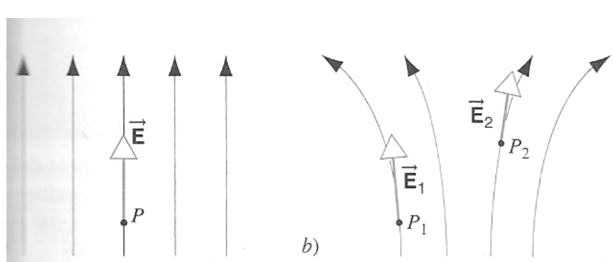


<u>LINEAS DE CAMPO ELECTRICO</u>

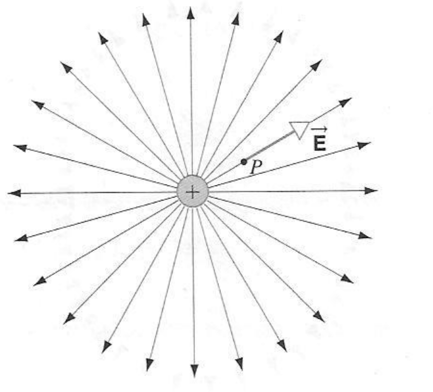
Michael Faraday introdujo el concepto de campo eléctrico a comienzos del siglo XIX. No formuló una representación matemática de él, más bien, preparó una representación gráfica donde imaginó que el espacio alrededor de una carga eléctrica estaba lleno de *líneas de fuerza*. Hoy ya no consideramos las líneas tan reales como Faraday, pero las conservamos como un medio útil para visualizar el campo eléctrico. Las llamamos *líneas del campo eléctrico.*

Las propiedades del campo a través de la representación de las líneas de fuerza, son las siguientes:

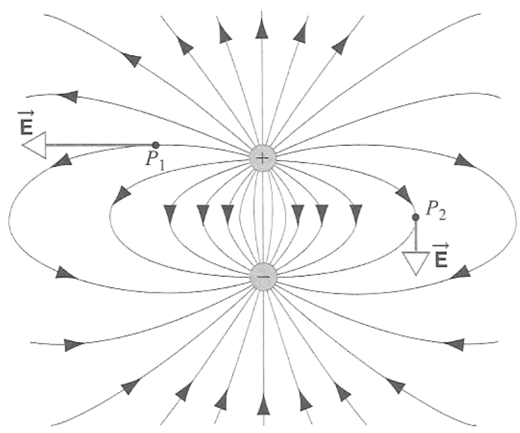
- *El campo eléctrico es tangente a una línea de fuerza o viceversa.*



- *Las líneas de campo eléctrico comienzan en las cargas positivas o en el infinito y terminan en las cargas negativas o el infinito.*



- *La magnitud del campo eléctrico en un punto del espacio es proporcional al número de líneas por unidad de superficie perpendicular a estas líneas.*



<u>POTENCIAL ELECTRICO</u>

Imagine una carga Q fija en el origen de un sistema de coordenadas. Tomemos otra carga q_0, que denominamos "carga de prueba" y que se mueve de r_a a r_b bajo la influencia de la fuerza debida a Q.
Definimos la diferencia de potencial eléctrico, ΔV, como la diferencia de la energía potencial eléctrica por unidad de carga de prueba:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \qquad (7.a)$$

O bien con el uso de la relación entre trabajo y energía potencial "conocida", podemos escribir la definición de la diferencia de potencial así

$$\Delta V = -\frac{W_{ab}}{q_0} \qquad (7.b)$$

Donde W_{ab} es el trabajo efectuado por la fuerza electrostática que Q aplica sobre q_0 cuando la carga de prueba se mueve de *a* a *b*.
La unidad del S.I para el potencial, que se deduce de la ecuación (7.b), es el joule por coulomb. A esta combinación se le da el nombre de *volt (V).*

1 volt = 1 joule/coulomb.

"Voltaje" es el nombre con que a menudo se designa el potencial en un punto, y a veces hablamos de "diferencia de potencial o voltaje" en vez de potencial.

POTENCIAL GENERADO POR CARGAS PUNTUALES

De la relación (7.b) y de la relación para la energía potencial eléctrica se tiene:

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} = KQ\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \qquad (8)$$

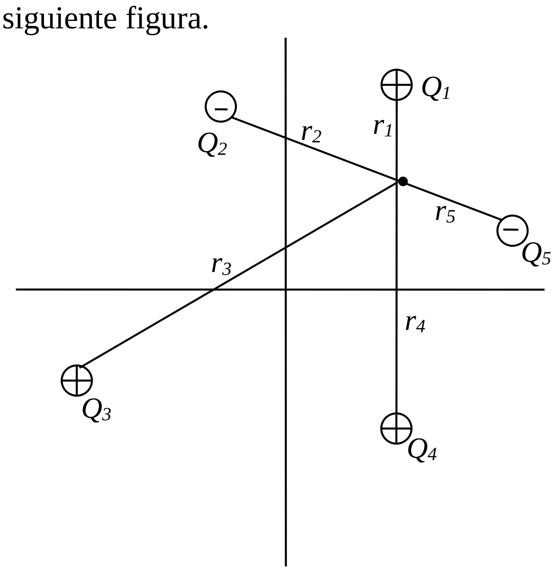
En vez de la diferencia de potencial entre dos puntos, podemos determinar el potencial en un solo punto cerca de *Q*. Sabemos que *U* representa la energía potencial generada por la interacción de dos cargas puntuales. El punto de referencia en esta expresión se toma en el infinito, donde se define *U* = 0. Por lo tanto, el potencial generado por una carga *Q* a una distancia *r*, tomará la siguiente forma:

$$V = \frac{U}{q_0} = K\frac{Q}{r} \qquad (9)$$

La ecuación (9) muestra que el potencial de una carga puntual positiva es cero a grandes distancias y que aumenta cuando nos acercamos a la carga. Si Q es negativa, el potencial aumenta alcanzando altos valores negativos al aproximarnos a la carga. Adviértase que los resultados anteriores no dependen en absoluto del signo de la carga de prueba q_0 empleada en el cálculo.

POTENCIAL GENERADO POR UNA SERIE DE CARGAS PUNTUALES

Supongamos que tenemos un conjunto de cargas puntuales N, q_1, q_2, ... , q_N, situadas en varios puntos fijos, ver siguiente figura.



El potencial en un punto arbitrario *P* debido a ellas, se determina de la siguiente forma:

$$V = V_1 + V_2 + \cdots + V_N$$

$$= K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2} + \cdots + K\frac{Q_N}{r_N}$$

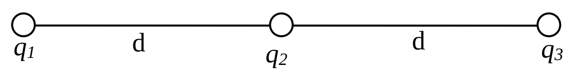
Escribiéndolo en forma compacta, se tiene:

$$V = K\sum_{n=1}^{N}\frac{Q_n}{r_n} \qquad (10)$$

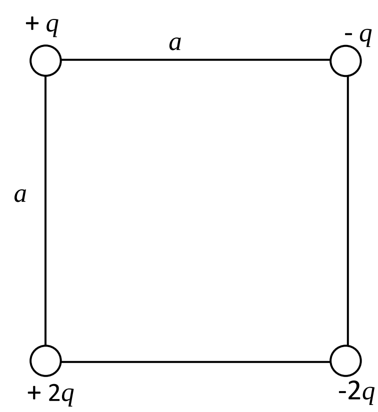
En las expresiones anteriores, Q_n es el valor (magnitud y signo) de la enésima carga y r_n es la distancia de ella respecto al punto *P* donde queremos obtener el potencial.
En este cálculo descubrimos que la contribución que al potencial hace una carga es como si no hubiera otras. El anterior es un ejemplo más de la aplicación del principio de superposición que se explicó al tratar las fuerzas eléctricas, pero el cálculo del potencial es mucho más fácil, dado que es una magnitud escalar.

EJERCICIOS

1. Tres partículas cargadas se encuentran en una línea recta y separadas por una distancia *d*, como se ve en la figura. Se mantienen fijas las cargas q_1 *y* q_2 y son de distinto tipo. La carga q_3 que puede moverse libremente, está en equilibrio bajo la acción de las fuerzas eléctricas. Obtenga q_1 en función de q_2.

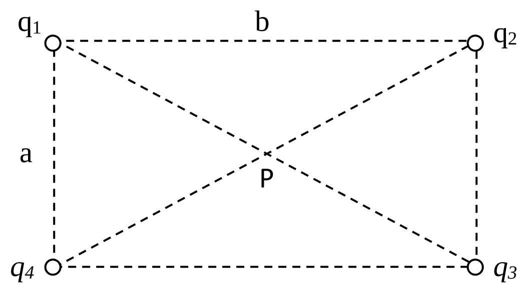


2. En la siguiente configuración de cargas, encuentre las componentes horizontal y vertical y su magnitud de la fuerza eléctrica resultante que se aplica sobre la carga ubicada en el vértice inferior izquierdo. (Considere la siguiente relación: $F = \frac{Kq^2}{a^2}$)

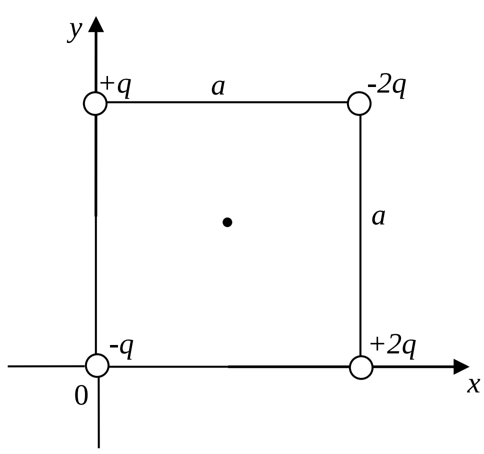


3. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 están a 50 cm de distancia y se repelen con una fuerza de 0.30 N. La suma algebraica de las dos cargas es 6 µC. Determine q_1 y q_2.
4. Repita el problema anterior para las dos cargas que se atraen en vez de repelerse.
5. Dos esferas idénticas en forma de punto, cada una con una masa de 50 g, están situadas a 200 cm de distancia una de otra. Portan cargas iguales *q*. ¿Qué magnitud tiene *q* si la repulsión electrostática entre las esferas es igual a su atracción gravitacional? (Considere el valor de la constante universal: $G \cong 6 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$)
6. Sobre el eje x se ponen dos cargas puntuales: una carga de + 36µC en x = 0 y a + 25µC en x = 200 cm. ¿En cuál(es) puntos en la proximidad de las dos es cero la fuerza resultante sobre una tercera carga de valor +8µC?
7. Dos cargas puntuales se ponen sobre el eje x: una carga +5 µC en x = 0 y una carga +8 µC en x = 90 cm. ¿En qué parte del eje puede colocarse un tercera carga de modo que sea cero la fuerza neta que se aplica sobre las tres? (Evalúe la tercera carga)
8. Una carga puntual de 4.0 µC se pone en el origen de un sistema de coordenadas. Otras dos se colocan sobre el eje x: q_1 en x = 30 cm y q_2 en x = 50 cm. Calcule la magnitud y el signo de q_1 y q_2 si la fuerza neta sobre las tres es cero.

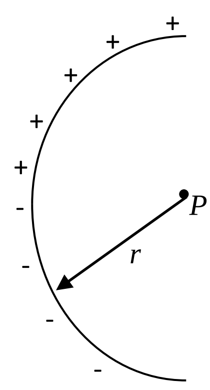
9. Las cargas puntuales de la figura tienen una magnitud de 3 μC. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza sobre q_2 debida a las otras cargas. Use a = 30 cm y b = 40 cm.



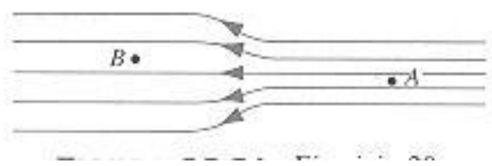
10. Una carga puntual se desplaza a través de un campo eléctrico en ángulo recto con las líneas de campo. ¿Se aplica alguna fuerza sobre ella?
11. Una carga positiva y otra negativa de la misma magnitud se hallan en una línea recta. ¿Qué dirección y sentido posee $\vec{E}$ en los puntos de esta línea que se encuentran a) entre las cargas, b) fuera de las cargas cercana a la carga positiva, c) fuera de las cargas cercana a la carga negativa y d) fuera de la línea, pero en un punto equidistante de las cargas?
12. Las líneas de campo eléctrico nunca se cruzan. ¿Porqué? (Averigüe en los libros o en la red)
13. Un campo eléctrico uniforme acelera un electrón hacia el este a 1.84×10^9 m/s^2. Determine la magnitud y dirección del campo.
14. Determine el campo eléctrico en el centro del cuadrado de la figura.



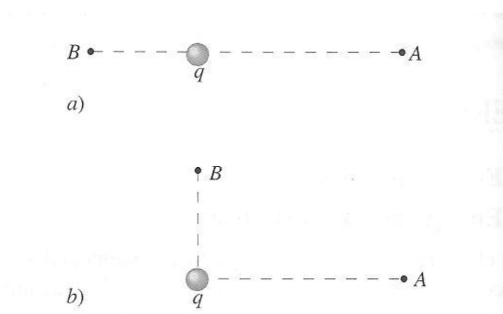
15. En un semicírculo de radio r. Cinco cargas puntuales positivas de magnitud q se distribuyen uniformemente en la mitad superior, y cinco cargas puntuales de magnitud igual que las anteriores pero de signo contrario, se distribuyen en la mitad inferior, tal como se muestra en la figura. Calcule el campo eléctrico $\vec{E}$ en P, el centro del semicírculo.



16. La figura muestra las líneas de fuerza de un campo eléctrico; el espaciamiento entre ellas, perpendicular a la página, es igual en todas partes. *a)* Si la magnitud del campo en A es 40 N/C, ¿qué fuerza (magnitud) experimenta un electrón allí? *b)* ¿Qué magnitud tiene el campo en *B?*

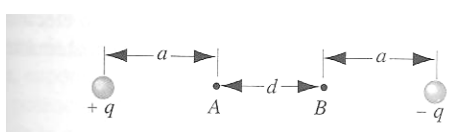


17. Una carga puntual de valor q = 1.5 μC. Considere el punto A que está a 2 m de distancia y el punto B que se halla a 1 m de distancia diametralmente opuesta, como se muestra en la figura 17a. A) Calcule la diferencia de potencial $V_A - V_B$. B) Repita el ejercicio si los puntos *A* y *B* están situados de igual manera que en la figura 17b. Interprete…

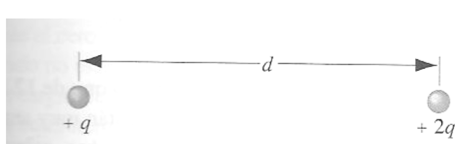


18. Un campo eléctrico de 100 V/m aproximadamente se observa a menudo cerca de la Tierra. Si este campo fuera igual en toda la superficie, ¿cuál sería el potencial eléctrico de un punto en ella? Suponga que V = 0 en el infinito

19. A) En la figura, obtenga una expresión para $V_A - V_B$. B) ¿se reduce el resultado a la respuesta expresada cuando $d = 0$? ¿Cuándo $a = 0$? ¿cuándo $q = 0$?



20. En la figura, localice los puntos, si los hay, A) donde $V = 0$ y B) donde $E = 0$. Considere sólo puntos en el eje y suponga que V = 0 en el infinito.



Respuestas:

1. $q_1 = 4 \cdot q_2$
2. $\overrightarrow{F_N} = F\left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\right)$; $\left|\overrightarrow{F_N}\right| = 21F$
3. $q_1 \cong 3{,}82\ \mu C; q_2 \cong 2{,}18\ \mu C$
5. $q = \sqrt{\frac{50}{3}} \times 10^{-12} C$
6. $r = 1{,}09\ m$; 16. $\left|\vec{F_e}(A)\right| = 6{,}44 \times 10^{-18}\ (N)$; $V_A - V_B = -\frac{27}{4} \times 10^3 (Volt)$

10. $\overrightarrow{F_e} = q \cdot \vec{E}$; R: Sí.
13. $\vec{E} = 10{,}02 \times 10^{-3} (N/C), s{:}\ oeste.$
14. $\vec{E}_R = (0; \frac{2kq}{a^2})$
15. $\vec{E}_R = (0; -\frac{6{,}02KQ}{r^2})$